



**UNIVERZITET CRNE GORE
FILOZOFSKI FAKULTET - NIKŠIĆ**

LJILJANA KLJAJEVIĆ

**RJEŠAVANJE MATEMATIČKIH PROBLEMSKIH
ZADATAKA U PRVOM CIKLUSU OSNOVNE ŠKOLE**

MASTER RAD

NIKŠIĆ, 2022. godine



**UNIVERZITET CRNE GORE
FILOZOFSKI FAKULTET - NIKŠIĆ**

LJILJANA KLJAJEVIĆ

**RJEŠAVANJE MATEMATIČKIH PROBLEMSKIH
ZADATAKA U PRVOM CIKLUSU OSNOVNE ŠKOLE**

MASTER RAD

NIKŠIĆ, 2022. godine



UNIVERZITET CRNE GORE
FILOZOFSKI FAKULTET - NIKŠIĆ

**RJEŠAVANJE MATEMATIČKIH PROBLEMSKIH
ZADATAKA U PRVOM CIKLUSU OSNOVNE ŠKOLE**

MASTER RAD

Mentor: prof. dr Veselin Mićanović

Kandidat: Ljiljana Kljajević

St. program: Master studije za obrazovanja učitelja

Br. indeksa: 805/21

Nikšić, 2022. godine

PODACI I INFORMACIJE O MAGISTRANDU

PODACI I INFORMACIJE O STUDENTU

Ime i prezime: Ljiljana Kljajević

Datum i mjesto rođenja: 18. 7. 1993. godine - Bijelo Polje

Naziv završenog osnovnog studijskog programa: Studijski program za obrazovanje učitelja - Berane

Godina diplomiranja: 2017. godina

INFORMACIJE O MASTER RADU

Naziv master studija: Master studije za obrazovanje učitelja

Naslov rada: Rješavanje matematičkih problemskih zadataka u prvom ciklusu osnovne škole

Fakultet na kojem je rad odbranjen: Filozofski fakultet – Nikšić

UDK, OCJENA I ODBRANA MASTER RADA

Datum prijave master rada: 29. 3. 2022. godine

Datum sjednice Vijeća na kojoj je prihvaćena tema: 25. 5. 2022. godine

Mentor: prof. dr Veselin Mićanović

Komisija za ocjenu rada: prof. dr Veselin Mićanović, prof. dr Dijana Vučković, doc. dr Marijan Marković

Lektor: Verica Kovačević, magistar lingvistike, Filološki fakultet, Univerzitet u Beogradu

Datum odbrane:

Datum promocije: 16. 12. 2022. godine

Zahvalnica

Zahvaljujem mentoru prof. dr Veselinu Mićanoviću na izdvojenom vremenu, savjetima i posvećenosti mom radu.

Posebnu zahvalnost dugujem Upravi škola, nastavnicima i učenicima koji su učestvovali u istraživanju, dali svoje iskreno mišljenje i sarađivali na najbolji mogući način.

Najveću zahvalnost dugujem porodici, prijateljima i kolegama koji su u svakom momentu bili uz mene i davali mi neizmjernu podršku.

Rezime: Učeći putem rješavanja problema, učenici na kreativan način stiču znanja i kritički procjenjuju date činjenice. Problemska nastava matematike je ona nastava gdje učenik do rješenja dolazi pomoću svog intelekta i mentalnih sposobnosti. Kada govorimo konkretno o problemskom zadatku, činjenica je da se učenici moraju angažovati i mentalno naporisati kako bi riješili taj matematički zadatak, odnosno problem koji on nosi.

Zadatak matematike u osnovnoj školi je da mora djecu pripremiti da postanu maksimalno efikasna u rješavanju problema. Da bi riješili problem učenici ga moraju razumjeti, ali i razviti plan koji će sprovesti uz određeni broj strategija. Takođe, nastavnici imaju važan zadatak da nauče djecu da misle, a motivacija se može postići rješavanjem zadataka kroz igru u opuštenoj atmosferi. Ono što treba naglasiti je da na stav prema matematici veliki uticaj ima i porodica, posebno roditelji.

Kod predmet istraživanja bavili smo se uspješnošću rješavanja matematičkih problemskih zadataka u prvom ciklusu osnovne škole, njihova zastupljenost u nastavi kao i značaj za dalji razvoj i napredak učenika. U radu su prikazani rezultati ispitivanja nastavnika i učenika, putem anketnog upitnika gdje je ispitano 75 nastavnika razredne nastave i 89 učenika prvog ciklusa osnovne škole. Cilj istraživanja je bio ispitivanje mišljenja i stava nastavnika o učestalosti i značaju primjene matematičkih problemskih zadataka i analiziranje stava i iskustva učenika o problemskim zadacima, načinima rješavanja, uspješnosti i značaju. U ovom istraživanju primijenjena je metoda teorijske analize, deskriptivna i induktivno-deduktivna metoda. Rezultati istraživanja pokazuju pozitivno mišljenje nastavnika o matematičkoj problemskoj nastavi, ali ukazuju na brojne faktore koji remete njenu uspješnu organizaciju i realizaciju. Učenici za rješavanje matematičkih problemskih zadataka u velikoj mjeri razvijaju nove načine rješavanja problema, kako u školi tako i van nje, odnosno različitim metodama dolaze do rješenja.

Ključne riječi: *Problemska nastava, matematički problemski zadaci, nastavnik, učenik, prvi ciklus osnovne škole.*

Summary: Learning through problem solving enables students to acquire knowledge in a creative way and learn how to critically evaluate given facts. Problem-based teaching of mathematics is a type of teaching that allows students to come up with solutions using their intellectual abilities. When we talk about a specific problem, it is in fact any mathematical task that requires a new engagement from the student, or a new mental effort.

The task of mathematics in elementary school is to prepare children to become maximally efficient in solving problems. Students can understand the problem, develop a plan, but also implement it by applying a series of problem-solving strategies. The teacher has a very important role in all of this, because with their commitment, work and effort, but also with their creativity, they influence whether students will love mathematics or be afraid of it. On top of that, teachers have an important task of teaching children to think, not simply apply memorized rules. Teachers can additionally motivate students to be more interested in solving tasks through play and studying in a relaxed atmosphere. What should be emphasized is that the family, especially the parents, has a great influence on the attitude towards mathematics.

The subject of this research was the success of solving mathematical problems in the first cycle of elementary school, the representation of these problems in teaching, as well as their importance for the further development and progress of students. The paper presents the results of the examination of teachers and students, through a survey questionnaire where 75 classroom teachers and 89 students of the first cycle of elementary school were examined. The goal of the research was to examine the opinions and attitudes of teachers about the frequency and importance of applying mathematical problem tasks, and to analyze the attitude and experience of students about problem tasks, ways of solving them, as well as success and importance of solving problem tasks. The method of theoretical analysis, descriptive and inductive-deductive method was applied in this research. The results of the research show that teachers have a positive opinion about problem-based mathematics teaching, but point to numerous factors that disrupt its successful organization and implementation. To solve mathematical problems, students largely develop new ways of solving problems, both in school and outside of school, where they come up with solutions using different methods.

Keywords: *problem-based teaching, mathematical problem-based tasks, teacher, student, first cycle of elementary school*

SADRŽAJ:

UVOD	9
I TEORIJSKI DIO	10
1 Problemski zadaci u početnoj nastavi matematike i značaj problemske nastave	10
1.1 Vrste zadataka u matematici.....	14
1.2 Problemski zadaci i njegove vrste	15
1.3 Teškoće u rješavanju matematičkih problemskih zadataka	18
2 Faze kao putokaz za rješavanje matematičkih problemskih zadataka	21
2.1 Proces – etape rješavanja matematičkih problemskih zadataka	24
2.2 Strategija rješavanja matematičkih problemskih zadataka.....	29
2.3 Razvoj matematičkog mišljenja.....	31
2.4 Motivacija i način poboljšanja uspješnosti učenika u rješavanju matematičkih problemskih zadataka	36
2.5 Intelektualne mogućnosti djece kod rješavanja matematičkih problemskih zadataka	38
2.6 Komparacija uspješnih i neuspješnih učenika u procesu rješavanja matematičkih problemskih zadataka	40
2.7 Matematički problemski zadaci u nastavnim i vannastavnim aktivnostima	42
II ISTRAŽIVAČKI PRISTUP.....	46
3 Metodološki pristup	46
3.1 Problem i predmet istraživanja	46
3.2 Cilj i zadaci istraživanja	46
3.3 Naučno-istraživačke hipoteze.....	47
3.4 Naučno-istraživačke varijable	47
3.5 Metodološki pristup	48
3.6 Značaj i karakter istraživanja.....	48
3.7 Populacija i uzorak.....	48
3.8 Metode, tehnike i instrumenti	49

3.9	Preliminarno (sondažno) istraživanje.....	49
3.10	Obrada dobijenih rezultata	50
4	Interpretacija i diskusija rezultata	72
	ZAKLJUČAK.....	74
	LITERATURA	76
	PRILOZI.....	80

UVOD

Problem ima šire značenje, pri čemu je sama riječ problem grčkog porijekla i znači zadatak, sporno pitanje ili pitanje koje se teško rješava. Pod pojmom problem podrazumijevamo situaciju sa kojom se učenik suočava i koju mora riješiti, a rješenje se ne može odmah pronaći i saopštiti. Rješavanje problema može se smatrati glavnom temom nastave, kao nastavna jedinica u nastavnom planu i programu matematike, i ne može se naučiti lako. Do visokih rezultata u rješavanju matematičkih problemskih zadataka dolazi se intenzivnim radom sa djecom koji su uzrasta predškolaca i to rješavanjem prostih zadataka u vidu zagonetki ili rebusa. Kasnije, kada dođu do školskog nivoa, koriste stečena iskustva i kvalitetnije stižu i povezuju nova znanja, nove strategije i postupke rješavanja problemskih matematičkih zadataka. Neki učenici su dobri iako ne ulažu previše truda, ali postoje i oni koji uz redovno učenje, velike napore i vježbanje ne postižu zadovoljavajuće rezultate. Postignuti rezultati učenika utiče na njihovo samopouzdanje i ako su rezultati visoki, porašće i njihova samouvjerenost. Činjenica je da će pozitivni učenički stavovi prema matematici, njihova kompetencija uticati na njihovo angažovanje, upornost i zalaganje u radu što dovodi do postizanja adekvatnih postignuća.

Učenik prolazi put kroz etape rješavanja zadataka i dolazi do odgovarajuće strategije koja mu pomaže da dođe do cilja, a to je rješenje zadatka. U slučaju da na tom putu naiđe na poteškoće, nastavnik pomaže tako što će ga usmjeriti i olakšati, ali nikako uraditi zadatak. Učenici treba da zavole matematiku, a nastavnici moraju učiniti sve da do toga dođe, jer je na njima najveća odgovornost, da svojim kompetencijama, kreativnošću približe matematiku i rješavanje matematičkih problemskih zadataka.

Ovim radom ćemo detaljno predstaviti matematičke problemske zadatke, vrste i značaj, ali i teškoće koje se javljaju prilikom njihovog rješavanja. Ono što je ključno je da će rad pokazati način, odnosno faze, etape i strategije koje pomažu učenicima u kompletnom procesu rješavanja matematičkih problemskih zadataka. Istraživački dio će nam pomoći da shvatimo šta sve utiče na uspješnost rješavanja zadataka i kako promijeniti trenutno stanje u nastavi matematike kada su u pitanju problemski zadaci. Kompletan postupak rješavanja zadatka u velikoj mjeri motiviše učenike, pospješuje njihov razvoj, inteligenciju i povoljno se odražava na dalje školovanje i rješavanje problemskih situacija u životu.

I TEORIJSKI DIO

1 Problemski zadaci u početnoj nastavi matematike i značaj problemske nastave

Primjena problemskih zadataka je moguća, ali te mogućnosti zavise od mnogobrojnih faktora kao što su uzrast učenika, stepen njihovog psihičkog razvoja, nivoa motivacije i emocionalnog stanja u kojem se nalaze. Tu se ne možemo zaustaviti jer faktora je mnogo, a moramo da naglasimo da je važan nivo informacija kojim učenici raspolažu, da li efikasno prepoznaju problem, načina na koji stiču znanje, ali i od nastavnika, odnosno njihovog kvaliteta i opredjeljenja. Izdvajamo “znanje da se riješi neki matematički zadatak” i to kao najbolju karakteristiku matematičkog mišljenja, odnosno obrazovanja. Znak jednakosti stoji između znanja i matematičkih sposobnosti, kao i u matematičkom zadatku. Dakle, matematički zadaci imaju izuzetno veliku ulogu, pa svaki nastavnik mora osposobiti učenike da uspješno rješavaju, ali i da ih samostalno postavljaju.

Shvatanju univerzalnosti matematike u tumačenju prirodnih i društvenih pojava doprinosi zapisivanje tekstualnih problemskih zadataka u obliku izraza jednačina i drugih zapisa. Tu učenici uočavaju mogućnost prikazivanja istim simbolima zadatke koji su različiti po sadržaju. Samostalno sastavljanje, rješavanje i provjeravanje ispravnosti rješenja zadataka se primjenjuje rijetko, a u stvari to je pravi pronalazački i stvaralački rad učenika. To je rad koji osamostaljuje i osposobljava učenike za snalaženje u raznim životnim situacijama. Povodom toga, postoji zahtjev da se svaki odgovor formuliše veoma jasno i precizno, a to dovodi do razvoja jezičke i leksičke izražajne sposobnosti kod učenika koje su neophodne i veoma značajne u vaspitno-obrazovnom procesu.

Vilotijević (1999; 2001) razlikuje pojam problem od pojma zadatak. Za njega je zadatak mnogo širi i obuhvatniji. Pod problemom se podrazumijeva saznajni zadatak koji može da pokrene misaonu aktivnost učenika, a koji odlikuje postojanje više mogućih načina za njegovo rješavanje, kao i postojanje nečeg novog i nepoznatog u njemu. To u matematici zovemo problemski zadatak, koji je najčešće praktične prirode i sadrži određene podatke, ali ima i postavljen cilj. Problem je zadatak čije su osnovne odrednice stvaranje problemske situacije, formulisanje problema i rješavanje problema (Malinović & Malinović-Jovanović, 2002). Rješavanje problema predstavlja otkrivanje nepoznatog, pa se zbog toga prvo

identifikuju poznati podaci. Nakon toga se pronalaze nepoznati podaci i traži se ono što nedostaje, a ima ključnu ulogu u rješavanju problema (Malinović-Jovanović & Malinović, 2013). Kako ističu Brkić i Tomić (2017) rješavanje problema je i stvaralačka aktivnost gdje se u susretu sa posebnim zahtjevima traži pronalaženje novih rješenja. Proces rješavanja problemskih zadataka zahtijeva primjenu određenih misaonih operacija i to se može deklarirati kao najkorisnija i najznačajnija misaona aktivnost učenika. Pored usvajanja matematičkih, koje podrazumijevamo, razvijaju se misaone sposobnosti, motivacija za nove napore i voljni momenat. Uz sve navedeno, možemo reći da se u velikoj mjeri razvija istrajnost i upornost, ali i druge pozitivne karakterne osobine ličnosti samog učenika (Burke, 2002).

Važnost i svrha problemskih matematičkih zadataka se ogleda na način da se povezanošću matematike sa stvarnim životom izvrši uticaj na motivaciju i lakoću savladavanja problema (Vlahović Štetić, Rovanić & Mendek, 2004). Zbog svih navedenih razloga i značaja, sve se više istraživača bavi dječijim rješavanjem problemskih matematičkih zadataka. Istraživanja su neophodna jer će doprinijeti boljem pristupu i mnogobrojnim informacijama bitnim za uspješno rješavanje i napredovanje, kako učenika, tako i nastavnika. Meyer (2002) ističe da učenje matematike kao proces počinje samim rođenjem i da se neprekidno nastavlja na organizovan način i kroz rad u predškolskom, ali i u prvom ciklusu osnovne škole.

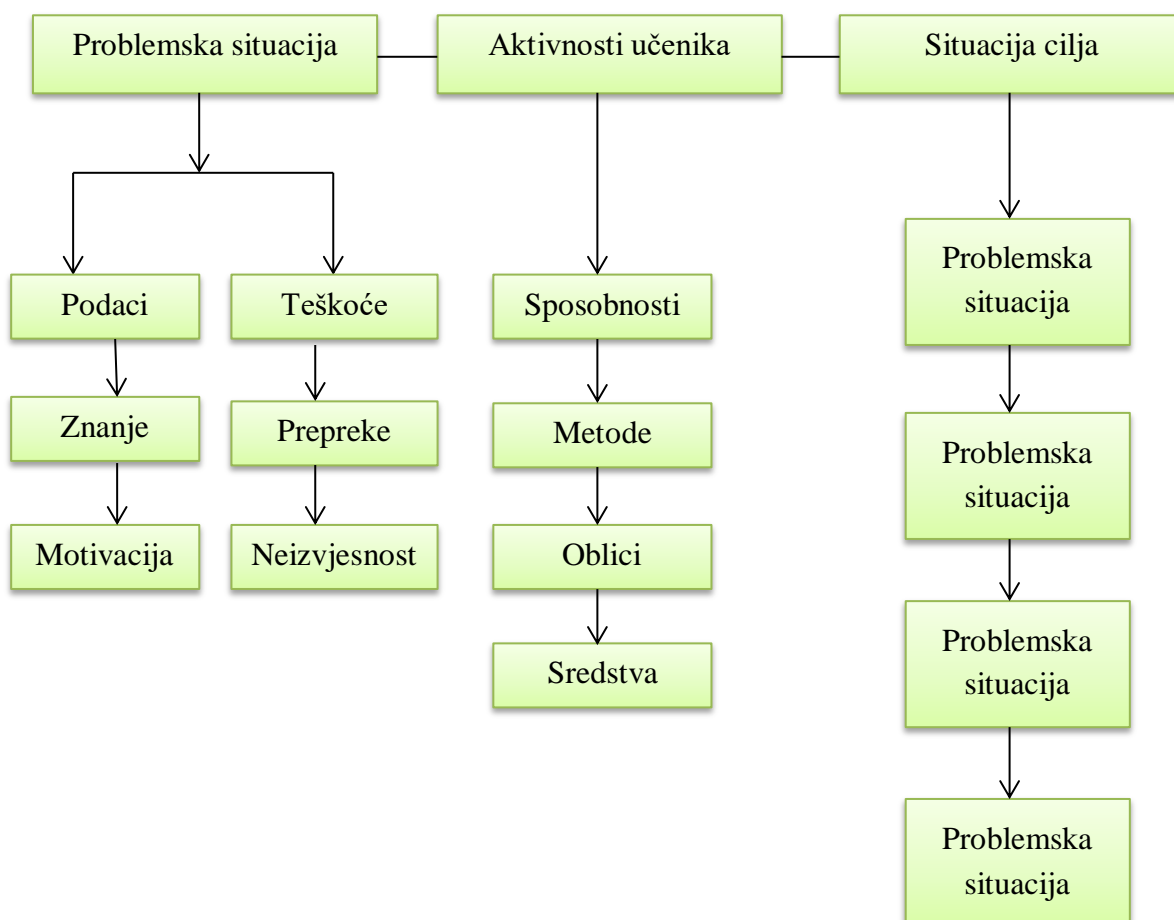
Kada uzmemo u obzir godine djece, problemske matematičke zadatke mogu rješavati i djeca predškolskog uzrasta, iako su im oni teški. Međutim, činjenica je da upravo ovakvi zadaci nijesu laki djeci starijih razreda. Većina autora (Boulton – Lewis & Tait, 1994; Verschaffel, De Corte, Lasure, Van Vaerenbergh, Bogaerts & Ratincky, 1999) je saglasna da dijete nespretno i na brzinu pokušava da riješi zadatak bez osvrtnja na strukturu samog zadatka i da je to jedan od glavnih uzroka teškoća prilikom procesa rješavanja. Tako, na primjer učenici drugog razreda, njih 76 od 97, rješavajući zadatak koji glasi da se na brodu nalaze ovce (26) i koze (10), na pitanje koliko godina ima kapetan, odgovaraju rješavanjem zadatka na način što će sabrati ovce i koze (Schoenfeld, 1991). Naravno, neophodno je i da analiziramo zadatak, utvrdimo sa učenicima šta je poznato i šta možemo izračunati. Veoma je bitno da se razgovorom i odgovarajućim pitanjima, ako je moguće i uz slikovni sadržaj, učenici upute na razmišljanje. Moraju da uoče da se ne može izračunati starost kapetana već broj životinja na brodu, broj nogu koje životinje imaju, a za kapetana možemo pretpostaviti, na primjer, po slici, koliko je star. Činjenica je da ima dosta teškoća u rješavanju problemskih matematičkih zadataka koje se odnose na karakteristike zadataka.

Problemska nastava matematike je ona nastava gdje se do saznanja dolazi uz pomoć učenikovih sposobnosti i intelekta kod rješavanja zadataka. Ono što je neophodno je uključivanje nekih vrsta manuelnih ali i verbalnih, koje uz grafičke aktivnosti čine da učenje bude praktično i da funkcionalnost znanja bude na velikom nivou (Markovac, 1990). Primjenu problemske nastave kod realizacije sadržaja početne nastave matematike mnogi su istraživali, a jedna od njih je Janković (2016). Anketirala je 67 učitelja i 94 učenika trećeg razreda osnovnih škola. Dobijeni rezultati pokazuju da učitelji poznaju značaj i prednosti primjene problemske nastave, ali nijesu dovoljno upoznati sa osnovnim didaktičko-metodičkim zahtjevima koje bi trebalo uvažavati prilikom planiranja, organizacije i realizacije ovog načina rada. Kada su u pitanju rezultati učenika, oni pozitivno prihvataju problemsku nastavu na časovima matematike, odnosno časovi koji su organizovani na problemski način, su im interesantniji (Janković, 2016).

Nastavnikova uloga u problemskoj nastavi jeste da saraduje sa učenicima, kreira i organizuje nastavu a ne samo da daje gotove informacije i rješenja. To znači da učenici sami rješavaju problem i na taj način unapređuju svoje intelektualne sposobnosti. Takođe dolazi do razvoja apstraktnog mišljenja kod učenika, što je i jedan od ciljeva problemske nastave (Mićanović, 2015). Način učenja kroz rješavanje problema razvija kritičnost, kreativnost i fleksibilnost, samostalnost i istrajnost i zbog toga je jako važno da se ovoj temi posvetimo i istražimo kako bismo pospješili kvalitet nastave i napredak učenika. Uspješno rješavanje matematičkih problemskih zadataka zahtijeva učenika koji je i istraživač i kreator i koji ima volju i želju da pristupi rješavanju novih problema (Tomić, 2018). Nastavnici bi trebali bolje da organizuju časove, efektivno da vrše pripremu i efikasnije da sprovode nastavu. Uz to sve, moraju precizno procijeniti nastavni proces, a karakteristike učenika koje takav nastavnik stvara su sposobnost, samostalnost i aktivno razmišljanje, povezivanje i upoređivanje činjenica, uz mogućnost da budu sposobni postaviti hipoteze, pronalaziti rješenja i na kraju davati zaključke. On u problemskoj nastavi organizuje misaone aktivnosti učenika. Tokom pripremanja za nastavni čas nastavnik treba da napravi plan djelovanja, projektuje svoj radni proces, ali i da na sve etape časa usmjeri i aktivira učenikove misaone aktivnosti. Kadum (2005) je približio i razradio nastavnikovu ulogu u problemskoj nastavi, smatrajući da nastavnik mora biti usmjeren na prethodna znanja i sposobnosti učenika kako bi ih prije svega zainteresovao stvarajući problemsku situaciju tokom obrade problemskih zadataka. Načini kojim se to može postići su sljedeći:

- „nastavnik jasno i precizno postavlja problemski zadatak učenicima;

- nastavnik stvara situaciju u kojoj se od učenika zahtijeva da sami shvate i formiraju problem koji se u toj situaciji nalazi;
- učitelj stvara situaciju s više ili manje jasno naznačenim problemom koji tokom analize treba učenike dovesti do novog problemskog zadatka, koji je on predvidio;
- nastavnik stvara situaciju s više ili manje jasno naznačenim problemom koji tokom analize učenike dovodi do novog problemskog zadatka koji on nije u potpunosti predvidio“ (Kadum, 2005, str. 58 – 59).



Šema br. 1: Put rješavanja problema (Kadum, 2005, str. 59)

Iz navedenog vidimo da učenici najjednostavnije rješavaju problemem u prvom načinu, dok je u četvrtom načinu posebno bitna problemska situacija, odnosno njeno stvaranje, u kojem se od učenika zahtijeva kreativnost i stvaralaštvo kako bi odredili nepoznate elemente.

Neophodno je da nastavnik učenicima osigura nove i nepoznate problemske situacije tako što će im obezbijediti zadatke sa nepoznatim elementima, odnosno poznatim koji su postavljeni

na način koji je za njih nov i drugačiji od uobičajenog. Ključ uspješnog rješavanja matematičkih problemskih zadataka učenika je prije svega sposobnost uočavanja, odnosno načini uočavanja. Dakle, upravo ovo bi trebalo da ga usmjerava da analizira i upoređuje, generalizuje, zaključuje, dokazuje i provjerava načine pri rješavanju zadataka koji u sebi sadrže problem, dok nastavnik mora da podstakne učenike na samostalno zaključivanje i mišljenje, što je i cilj problemske nastave. Nastavnik koji je usmjeren na uspjeh učenika, samostalnost i razvijanje njihovog intelekta, pozitivno utiče na njihovo uspješno rješavanje problemskih zadataka i problemskih situacija uopšte, tako što posredno i nenametljivo rukovodi svojim odjeljenjem (Ibidem, 2005).

1.1 Vrste zadataka u matematici

Zadaci u matematici se mogu podijeliti na više vrsta, u zavisnosti od karaktera mogu se razlikovati složeni zadaci i zadaci koji su teški. Složenost je objektivna vrsta i ona zavisi od odnosa traženih i datih veličina u zadatku. Težina zadatka se odnosi na učenikov lični doživljaj, odnosno relacija u kojoj se učenik nalazi sa zadatkom (Kurnik, 2000). Autori različitih modela rješavanja problemskih matematičkih zadataka se slažu u tome da je djetetu za rješavanje određenih vrsta zadataka potreban određeni nivo biološke zrelosti. Ono u čemu se razlikuju su njihove pretpostavke o tome koji su to kapaciteti koje dijete razvija odrastanjem i koji mu omogućavaju sve uspješnije rješavanje problemskih zadataka (Vasta, Haith & Miller, 1998).

Kurnik (2000) zadatke u matematici klasifikuje na „standardne i nestandardne, prema složenosti i težini“ (str. 52-53).

Zadaci koji u sebi ne sadrže nepoznate elemente, u kojima su uslovi veoma precizni i jasni, koji sadrže vidljive i očigledne ciljeve, gdje se sa lakoćom uočavaju teorijske osnove i gdje je put do rješenja jednostavan i prepoznatljiv su standardni zadaci. Sa druge strane imamo nestandardne zadatke koji u sebi sadrže bar jedan nepoznati element, ali ukoliko oni sadrže više nepoznatih elemenata, najmanje dva takve nestandarde zadatke nazivamo problemskim zadacima. Problemski zadatak od učenika zahtijeva da bude istraživač, da logički razmišlja i usmjeri se na umni rad, gdje je neophodno da bude koncentrisan, istrajan ali i dosljedan kako bi ga uspješno riješio (Kurnik, 2000).

Ne možemo da zamislamo nastavu matematike ako u njoj nema računskih zadataka, a oni se pojavljuju kroz različite oblike. Matematički zadaci sa kojima se učenici suočavaju u nastavi moraju da sadrže poznate, ali i nepoznate podatke koje oni treba da otkriju ili objasne rješavanjem samog zadatka. Markovac (2001) razlikuje karakteristične grupe zadataka, uzimajući u obzir suštinu njegove namjene i načinu oblikovanja i to: numeričke zadatke, tekstualne zadatke, zadatke sa veličinama i geometrijske zadatke.

Tekstualne zadatke nazivaju i problemski zadaci, ali možemo reći da oni nemaju isto značenje, odnosno nijesu sinonimi. Tekstualni zadaci predstavljaju logički sklopljenu govornu cjelinu koja kroz različite veze i odnose sadrži kvantitativne podatke. Takođe, tekstualni zadaci zahtijevaju da učenici pronađu nepoznate veličine, odnosno podatke koristeći poznate uslove i podatke. Pomoću njih, učenicima je na poseban način predstavljen stvarni svijet (Markovac, 1990). Tekstualni zadatak može biti stavljen u određeni kontekst ili u određenu autentičnu, odnosno realnu situaciju. Cilj ovih zadataka je da učenici prepoznaju problematiku, razviju sopstvenu strategiju rješavanja i da se osposobe da se matematički pravilno izražavaju (Kos & Glasnović Gracin, 2012). Pojam „autentična situacija“ označava unikatne situacije koje se odnose na svakodnevicu, dok „realistična situacija“ oponaša ovu prethodnu, na način što će koristiti drugačija imena i nazive u zadacima. Zadaci koji sadrže realističan i autentičan kontekst svakodnevno pomažu povezivanje matematičkih gradiva, što je i cilj matematičkog programa. Zadaci u kojima se uz brojeve, znakove za operacije i relacije pojavljuju i oznake za određene veličine: dužinu, površinu, volumen, masu i vrijeme su zadaci s veličinama. Kada govorimo o zadacima koji zahtijevaju crtanje figura i tijela, mjerenja dužine i površine, izračunavanje obima i površina određenih figura, konstatujemo da su to geometrijski zadaci. Njih dijelimo u dvije grupe: zadaci koji učenike osposobljavaju za služenje geometrijskim priborom (lenjir, trougao, šestar) i zadaci čijim rješavanjem oni stiču elementarno geometrijsko znanje i primjenjuju u realnim životnim situacijama (Markovac, 1990).

1.2 Problemski zadaci i njegove vrste

Kurnik (2010) kaže za problemske zadatke da se oni ne izostavljaju iz takmičenja, da se razlikuju od standardnih ali da su nedovoljno zastupljeni u nastavi matematike. Matematički problemski zadatak je zadatak koji od učenika zahtijeva da budu misaono angažovani i

intelektualno zainteresovani u pronalaženju strategija koje ih vode do uspješnijeg rješavanja (Bogdanović, 2013).

Sharma (2001) navodi da je postupak rješavanja problemskih zadataka u stvari „proces koji uključuje nekoliko uzajamno povezanih procesa i to:

- prepoznavanje prisutnosti problema;
- formulisanje problema;
- primjena različitih strategija za rješavanje problema;
- rješavanje problema;
- provjera;
- tumačenje rezultata i
- uopštavanje odgovora“ (str. 103).

Rješavanjem problema u nastavi učenici su podstaknuti da razmišljaju na različite načine, uporniji su i samim tim dobijaju samopouzdanje, a podstiču i razvoj metakognicije. Što znači da ovakva nastava podstiče učenike da pobijede strah od neuspjeha i da sve nove i nepoznate situacije i zadatke savladaju sa lakoćom. Da bi uspješno riješili matematički problemski zadatak, učenici moraju da budu sposobni u analiziranju, spajanju više različitih elemenata u jednu cjelinu, da svoja prethodno usvojena znanja i vještine koriste kako bi došli do novih, da razumiju problem koji se nalazi u zadatku i da pronađu najbolji put, odnosno način koji će ih dovesti do rješenja (Sharma, 2001).

Veoma je važno razlikovati problemske zadatke, poznavati kognitivne zahtjeve koje zadaci postavljaju pred djecu i sistemski proučavati različite vrste zadataka kako bismo prilagodili nastavu učenicima (Vlahović-Štetić; Vizek-Vidović, 1998). Mnogi autori razvrstavaju problemske zadatke u tri grupe i to:

- zadatke kombinovanja;
- zadatke promjene i
- zadatke poređenja.

Sve ove grupe zadataka definišu neke količine i opisuju odnose među njima. Položaj u kojem određeni događaji povećavaju ili smanjuju količinske vrijednosti odnose se na zadatke promjene i to na primjer: „Mila ima 4 kruške. Miloš joj je dao još 3 kruške. Koliko krušaka sada ima Mila?“

Zadaci kombinacije i poređenja uključuju statične relacije među veličinama. Kada su u pitanju zadaci kombinovanja u njima se veličine koje su različite, analiziraju posebno ili kombinovano. Primjer za to je: *“Mila ima 4 kruške. Miloš ima 3 kruške. Koliko krušaka imaju zajedno?”*.

Na kraju, zadaci poređenja se odnose na upoređivanje, odnosno traženje razlika u okviru dvije veličine. Primjer zadatka poređenja je sljedeći: *“Mila ima 4 kruške. Miloš ima 3 kruške više nego Mila. Koliko krušaka ima Miloš?”*.

Kada uvidimo nivo težine ovih vrsta zadataka, možemo konstatovati da zadaci poređenja zahtijevaju veliki misaoni angažman učenika i da su oni teži i od zadataka kombinovanja i od zadataka promjene. Međutim, kada sagledamo zadatke kombinovanja i zadatke promjene uočavamo da su zadaci promjene lakši. Ova konstatacija je uopštena, sagledavanjem sve tri grupe problemskih zadataka uočavamo da je njihova težina različita i to zavisno od toga šta je nepoznata veličina.

Sprovedena su različita istraživanja na temu uspješnosti rješavanja matematičkih problemskih zadataka u odnosu na njihove vrste. De Corte i drugi (1985) su sproveli istraživanje i došli do zaključka da su zadaci poređenja učenicima teži i komplikovaniji nego što su to zadaci kombinovanja i promjene, njihovu populaciju su predstavljali učenici 1. i 2. razreda osnovne škole. Prezentaciju rezultata su predstavili u odnosu sa sprovedenim istraživanjem, ispitanici su bila djeca predškolskog uzrasta, 1, 2. i 3. razreda, gdje su djeca predškolskog uzrasta sa velikim uspjehom riješila zadatke kombinovanja i promjena, dok je mali broj njih uspjelo da riješi zadatke poređenja (Riley & Greeno, 1988). Upoređujući uspjeh riješenih zadataka kombinovanja i poređenja kod populacije koju čine učenici 1. razreda, zaključuje se da su im zadaci poređenja teški i komplikovani (Vlahović-Štetić, 1996. i 1999). To znači da su zadaci poređenja svim učenicima, bez obzira na uzrast teški što su nas uvjerila mnogobrojna istraživanja (Riley i dr. 1983; Riley i Greeno, 1988; Vlahović-Štetić & dr. 2004). Možemo istaći rezultate istraživanja (Cummins i dr., 1988; Riley i Greeno, 1988; Stern i Lehndorfer, 1992; Verschaffel i dr., 1992; Hegarty i dr. 1995), koji nas informišu da su zadaci kombinovanja najlakši, dok je zadatak promjene teži, a najteži zadaci poređenja.

Kada bi postavili pitanje vezano za težinu zadatka, odnosno da li su neki laki za rješavanje a neki već teži, odgovor bi imao teorijski oslonac u Piagetovoj teoriji. Piagetova teorija kognitivnog razvoja je teorija razvoja sastavljenog od niza faza koje su univerzalne dok se redosljed ne mijenja. Kako se razvoj i uzrast djece mijenja tako se i intezitet rada i zadataka

mijenja pa se zaključuje da kako odrastaju i sazrijevaju sve uspješnije rješavaju zadatke. Vlahović-Štetić i Vizek-Vidović (1998) smatraju da postoji dosta nedoumica kakav kapacitet uz razvoj doprinosi uspješnosti kod rješavanja problemskih zadataka.

Određeni broj autora smatra da od razvoja logičkih sposobnosti matematičkih znanja zavisi uspješnost u rješavanju problemskih zadataka i to nazivamo modelom matematičko-logičkim. Takođe, važno je istaći da djeca moraju razumjeti problem i kvalitetno interpretirati sadržaj odnosno tekst koji se nalazi u zadatku, a taj model nazivamo lingvistički. Dakle, prema tom modelu tekst se mora razumjeti, za početak, a na osnovu toga se prezentuje i tada se sačinjava osnova pomoću koje se rješava zadatak (Klasnić, 2009). Hudson (1983) je iznio zanimljive rezultate koje je dobio na eksperimentalan način, gdje su učestvovali različiti uzrasti djece, okvirno od dvije do sedam godina. On je istraživao tako što je djeci zadavao dva zadatka jednaka po brojčanom izrazu, ali djelimično različitog teksta. Kada smo kod rezultata, bolje ostvaren rezultat su imala djeca sa tekstom koji je smislen. Tako da Hudson zaključuje da djeci ne fali matematičkog znanja za poređenje, ali je činjenica da im fali razumijevanje teksta iz zadatka gdje se trebaju dva skupa uporediti. Tekst koji je jasan može da pomogne kvalitetnijem shvatanju zadatka, a to će dovesti do većeg učinka u postupku rješavanja datih zadataka (Hudson, 1983). Dječije razumijevanje situacije u zadatku je veoma važan faktor koji doprinosi uspješnijem rješavanju problemskih zadataka. Nije dovoljno da razumiju samo jezik, nego moraju tačno da protumače radnju zadatka, ali i da razumiju šta se dešava i zbog čega. Možemo pomenuti i rezultate istraživanja Stern i Lehrndorfer (1992) jer nam one dodatno ukazuju da je ova pretpostavka ispravna. Napravljene su tri grupe učenika od njih ukupno 45. U svakoj grupi su bili problemski zadaci različitog teksta, ali istog brojčanog izraza. Iz toga slijedi da je prva grupa rješavala zadatke čiji je kontekst bio usklađen, a u drugoj, suprotnoj grupi su rješavali zadatke neusklađenog konteksta. Preciznije završna konstatacija kao i pitanje nije usklađena sa pričom u zadatku. U trećoj grupi su rješavali zadatke koji su situacijski neutralni gdje se ne porede likovi koji su dati u tekstu. Na kraju konstatujemo da su najuspješnija djeca ona koja rješavaju uz pomoć teksta koji je usklađen sa pitanjem na kraju zadatka (Stern & Lehrndorfer, 1992).

1.3 Teškoće u rješavanju matematičkih problemskih zadataka

Priroda teškoća rješavanja matematičkih problemskih zadataka je različita. Neki učenici često griješe, drugi rješavaju zadatke uspješno, ali veoma sporo, a neki variraju. Na primjer, na

jednom času sve zadatke uspješno riješe, dok na drugom ipak ne. Takođe, jedna od teškoća je i nemogućnost učenika da prethodno usvojena znanja primijeni u novoj situaciji. Teškoće u rješavanju problemskih zadataka su prisutne i kod učenika sa različitim stepenom intelektualnoga razvoja, pa možemo reći da je različita grupa učenika neuspješnih u matematici i rješavanju njenih zadataka. S obzirom na to da su uzroci teškoća mnogobrojni, ne možemo da kažemo da postoji samo jedno objašnjenje, niti univerzalan put pomoći. Teškoće rješavanja problemskih zadataka kod učenika se ispoljavanju na različite načine i ukoliko im se na vrijeme ne pomogne, problemi se nastavljaju, a njene uzroke nije lako objasniti (Sharma, 2001).

Kod strategija je ključno da se u stvari prepozna struktura koja može biti problem unutar problema. Možemo izdvojiti faktore, njih sedam i učenici sa svakim trebaju biti upoznati. Faktori zahtijevaju vrijeme kako bi uspješno bili otkriveni i tu se koristi postupak prepoznavanja. Učenik ima sposobnost da prepozna problem i prije nego pokuša da ga riješi i na osnovu toga njegova zbunjenost će biti na najnižem nivou. Faktori koje smo pominjali se moraju naučiti, a ono što bi trebalo je da spisak faktora bude vidljiv u učionici kako bi ih svi učenici lako uočili (Filipović, 2016).

U nastavku ćemo dati preporuke za učenje učenika i sedam otežavajućih faktora kod rješavanja problemskih zadataka:

1. Redosljed koji je pogrešan – važnost redosljeda se ogleda u slučajevima oduzimanja i dijeljenja brojeva. Dakle, prvi faktor su brojevi koji se pojavljuju u poretku i raznovrsnim problemima.
2. Riječi koje su ključne – Učenje počinje veoma rano, odnosno u prvim fazama osnovne škole. Oni učenici koji zavise od ove strategije, mogu biti veoma lako prevareni.
3. Dodatni brojevi – veliki problem može biti više brojeva i to je vrlo teška situacija za učenike. To znači da su nesigurni prilikom izbora pravih brojeva.
4. Brojevi koji su skriveni riječima – U problemu su ključne riječi te koje učenici traže veoma često. Tako se problemu ne pridaje važnost koliko bi trebalo, pa kada bi se jedan broj napisao u formi riječi, strategija bi se iskomplikovala.
5. Podrazumijevani brojevi – Ovakva vrsta problema obično sadrži još jedan faktor koji se može okarakterisati kao otežavajući. Problem ne daje informacija u mjeri koliko bi bilo dovoljno ili možda jedan broj koji bi bio neophodan kako bi se problem riješio.

6. Više koraka – Za učenike, posebno su teški problemi s više koraka. Često učenici ispravno izvršavaju korake, jedan ili čak oba, ali čak u prvom koraku ti rezultati neće biti ispravni.
7. Tačan matematički rječnik – Povećavamo teškoću u problemu koristeći tačnu terminologiju. Učenici moraju biti u stanju izvršiti inetrpretaciju matematičkog rječnika kako bi razumjeli situaciju. Takođe, kako bi uspješno riješili problem, moraju biti u mogućnosti identifikovati moguće jednačine povezane sa pojmovima (Ibidem, 2016).

Osim navedenih faktora koji učenicima otežavaju rješavanje problemskih zadataka, postoje i faktori koji otežavaju realizaciju problemske nastave, a samim tim utiču i na uspješnost učenika. To možemo da vidimo i iz istraživanja Mićanovića (2015) koje se odnosilo na problem organizacije i realizacije problemske nastave matematičke. Ispitivao je kakva mišljenja imaju nastavnici u pravcu problemske nastave, kao i kakva je primjenljivost u procesu nastave koja je reformisana. Takođe, se bavio problemima same organizacije nastavnog procesa kao i realizaciji iste u okolnostima koje su trenutno zastupljene u obrazovnim institucijama Crne Gore. Uzorak su sačinjavali nastavnici razredne nastave osnovnih škola iz sve tri regije Crne Gore, i to njih 220, a zaključak je da postoji razvijena svijest nastavnika o tome koliko je značajna organizacija matematičke problemske nastave. Mićanović ističe i da postoje brojni problemi u školama za njenu organizaciju, koja se između ostalog odnosi i na dodatno stručno usavršavanje nastavnika u ovoj oblasti (Mićanović, 2015).

Na kraju, poteškoća u procesu rješavanja matematičkih problemskih zadataka je mnogo i zbog toga treba dosta pažnje posvetiti ovoj temi. Znači, da zajedničkim snagama istražujemo, dajemo prijedloge, nudimo opcije i rješenja koja bi dovela do veće uspješnosti, motivacije i volje kod svih učenika. Naravno, bitno je da podstaknemo i nastavnike, omogućimo im adekvatnu edukaciju, nastavna sredstva, poboljšamo nastavni plan i program, a ostaje nada da će sve to u pozitivnom smislu uticati na učenike, kako u školi, tako i van nje.

2 Faze kao putokaz za rješavanje matematičkih problemskih zadataka

Kada učenik ima problem ispred sebe, on će uz pomoć svojih već stečenih znanja pokušati da stavi u odnos ono poznato iz zadatka kao i ono što se u zadatku traži, a to je u stvari cilj.

Vilotijević (1999) navodi da se tu odvija misaona aktivnost koja je ujedno i praktična i koja posjeduje sve istraživačke karakteristike, a što je podijelio kroz faze koje ćemo briže objasniti. Prva faza obuhvata problem koji treba postaviti, odnosno stvoriti situaciju koja je problemska. Drugom fazom se pronalazi racionalna hipoteza, to jest principi koji dovode do rješenja. Trećom fazom ulazimo u dekompoziciju opšteg problema na više „manjih“ problema, odnosno užih. Četvrta faza nam donosi ulazak u proces kojim se problem rješava i gdje se hipoteze verifikuju. Petom fazom vršimo konstataciju, dajemo nalaze i zaključke i shvatamo suštinu. Šesta i posljednja faza nas navodi da se zaključak treba provjeriti kroz neke nove situacije (Vilotijević, 1999).

Sve navedeno može dati neko opšte usmjerenje, odnosno putokaz kojim se uspješno može doći do rješenja, ali ne smiju predstavljati psihološki opisan način ponašanja koji učenici koriste prilikom rješavanja problema. Neke od karakteristika su njihova fleksibilnost kao i promjenljivost redosljeda po kojim se realizuju, ali i brzina, odnosno tempo kojim se fazama prolazi. U postupku u koje se problem rješava, ne prelazi se lako logički redosljed izloženih faza. To znači da ne mora učenik uvijek da počinje sa početka već često ide opcijom počinjanja s kraja ili eventualno sa sredine da bi se vratio na početak. Takođe, tempo je promjenljiv što znači da je nekad brži ili čak sporiji, ali se nekad ide naprijed ili možda nazad, što znači da je pravac i redosljed promjenljiv. Postoji mogućnost mimoilaženja nekih faza, pa i preskakanja da bi se nakon svega moglo doći do rješenja. Imajući u vidu date specifičnosti, učenici trebaju uslovno da shvate sve ove faze jer se nikada u potpunosti ne mogu predvidjeti tokovi rješavanja problema. Specifičan je svaki problem, u to nema sumnje, a specifičan je i svaki učenik sam po sebi. Iz toga slijedi da je realno postojanje mnogobrojnih i raznovrsnih puteva koji vode do krajnjeg ishoda, odnosno rješenja.

Ovčar (1987) nam je kroz etape detaljnije predstavio metodičke postupke rješavanja problemskih zadataka. U prvoj etapi koja se odnosi na „saopštavanje zadatka“ učenici treba da budu veoma koncentrisani iz razloga što od ove etape zavisi u kom pravcu će ići dalji postupak. Nastanak učenicima saopštava zadatke, na način što će pročitati iz knjige ili nekog

drugog dostupnog materijala ili možda usmenim putem. Postoji i opcija da učenici saopštavaju zadatak kada vladaju vještinama koje su neophodne za to (Ovčar, 1987).

Etapa „zapisivanja podataka“ slijedi kada učenici shvate sadržaj zadatka. Iz teksta se mogu uočiti podaci koji se trebaju zapisati što učenici i čine u svojim sveskama, a nasatavnik naravno koristi tablu. Osnovni zahtjev kod zapisivanja podataka je da se u istom redu zapisuju podaci koji su povezani funkcionalno, a drugi podaci po jedan u svakom redu. Ispod poznatih podataka učenici će zapisati pitanje postavljeno u zadatku. Takođe, nakon zapisivanja podataka koji su neophodni za proces koji dovodi do rješenja slijedi da je neophodno opet pročitati kompletnu sadržinu zadatka i to tako što će pomenuti sadržaj lakše zapamtiti (Ibidem, 1987).

U etapi „analiziranja i sintetizacija zadatka“ treba se prepoznati ono što je poznato i razdvojiti ga od nepoznatog, pa se pronaći veza koja ih spaja po funkciji. Učenik je ovim podacima i njihovim prepoznavanjem uveden u samu srž zadatka. Spajanjem veza po funkciji svih veličina koje se pojavljuju u zadatku treba pronaći sintezom.

Etapom, kojom se izrađuje plan da bi zadatak bio riješen, definišemo tokove računanja koje se naravno zasnivaju na utemeljenim vezama među veličinama, tim računskim operacijama dolazi se do izračunavanja one vrijednosti koju u stvari tražimo, odnosno one koja nam nije poznata.

Slijedi etapa „postavljanje matematičkog izraza“ i to nakon izrade plana kojim će se riješiti zadatak. Učenici prevode maternji jezik kojim su prezentovani podaci iz zadatka na jezik koji je poznat samo matematici, što znači da ih pišu matematičkim simbolima. Kada uoče odnose između zadatih veličina zadatka, koje će naravno zapisati matematičkim znakovima, nastaje matematički izraz.

Etapom „procjenjivanja rezultata“ učenik pokušava da procijeni koliki će biti rezultat matematičkog izraza. Od velike je važnosti da učenici mlađeg uzrasta razviju vještinu procjenjivanja, jer se na taj način misaono dolazi do rješenja na kraju. To sve, s obzirom na mnogobrojene računске operacije sam postupak rješavanja pretvara, u nekoj od opcija, u nešto što bi mogli nazvati automatizovano rješenje sa uzdržavanjem od razmišljanja.

Nakon ove etape dolazi se do bročnanog računanja. Tu se uz pomoć pravilnosti koje matematika nalaže izračunavaju procijenjeni učenikovi izrazi. U slučaju kada su procijenjeni rezultat i konačni izraz rješenja podjedneke vrijednosti učenici su sigurni da su tačno riješili

zadatak. Na kraju, to dobijeno rješenje ipak treba provjeriti. „Provjeravanje rezultata“ obuhvata dva postupka. Prvi se odnosi na provjeru tačnosti rješenja, a drugi na provjeravanje zadovoljenja dobijenog rješenja uslovima i zahtjevima koje zadatak nudi. Dakle, kontrola ispravnosti i tačnosti obuhvata dobijeni rezultat koji je tačan i sprovode ga učenici na suprotan način od postupka koji je radio da bi došao da prvobitnog rješenja (Ibidem, 1987).

Veliki vaspitno-obrazovni značaj ima formulisan odgovor, jer je u stvari izvršena sinteza kompletnog postupka rješavanja problema u zadatku. Što se tiče zapisivanja samog odgovora, tu kod metodičara dolazi do podjele mišljenja. Neki misle da bi se usmenim putem trebao dati odgovor, a ostali forsiraju zapisivanje odgovora, koji su saopšteni usmenim putem i da se formulišu na konkretan način u sveskama. Odgovor je naophodno zapisati na tabli i učenici naravno na papiru, naročito ako se izvodi neki zaključak.

Kada smo došli do etape kojom definišemo zakonitost vratićemo postupak na početno računanje. Uočićemo da su računanje i zakonitost u matematici učenici savladali i već primijenili. Na kraju dolazimo do etape kojom se osvrćemo na kompletan postupak rješavanja i tom etapom potvrđujemo dugotrajno znanje koje učenik stiče. Takođe, ova etapa daje doprinos u razvoju vještina, ali i osposobljenosti da učenici riješe tekstualne zadatke.

Ovčar (1987) napominje da su navedene faze u stvari procesi u kojima se kao rezultat javlja maksimalna povezanost postupaka. Napominjemo, da se faze ne moraju koristiti redosljedom kojim su navedene iz razloga praktičnog sprovođenja časa, gdje se može desiti da se uzme u obzir nekoliko njih u isto vrijeme ili čak etapno smjenjivanje u nedogled. Nastava se ne može predvidjeti i toga moramo biti svjesni, tako da se svih dvanaest faza međusobno prepliću tokom postupka rješavanja zadataka. Povodom toga, on objašnjava etape pojedinačno na veoma temeljan način. Svrha je kako bi nastavnik bio svjestan svakog poteza koji treba učiniti, a sve u cilju uspješnosti učenika pri dolaženju do rješenja problema.

Postoji i pojednostavljena verzija, koju je Markovac uklopio u ukupno pet faza. Znači, na osnovu već pomenutih Ovčarovih dajemo i jednostavnije faze (Markovca, 1990).

Faza saopštavanja je prezentovana veoma slično kao prve dvije etape kod Ovčara. Nastavnik ili učenici saopštavaju tekst zadatka iz udžbenika ili nekog drugom matematičkog materijala. Posebno se naglašavaju brojčani uslovi i podaci zadatka. Saopštavanje zadatka bi trebalo biti ispraćeno na način što će zapisati brojčani podatak koji se nalazi u zadatku pa se uz svu moguću pažnju i koncentraciju usmjere na poentu zadatka. Preporučeno je da se sadržina

zadatka saopšti, uzimajući u obzir uzrast, ne jednom već više puta a najmanje dva. Jedan ili dva učenika ponavljaju sadržaj zadatka i to nakon što napišu poznate podatke, iz razloga skretanja pažnje učenika i dodatnog usmjerenja na svaki numerički podatak kao i uslove koje zadatak nameće.

Faza kojom utvrđujemo poznato i izdvajamo ono što je nepoznato predstavlja onu fazu gdje treba da shvate i razumiju šta im je poznato u zadatku, a šta nije, šta u stvari treba da saznaju. Postoji nekoliko pitanja koje predlaže Polya (1966) uz pomoć kojih se učenik pokušava dovesti do saznanja šta mu nije poznato: Šta je ono što tražimo, šta želimo pronaći, čemu u stvari težimo, šta nudi zadatak? Učenike treba usmjeravati na način da ono što nam nije poznato saznajemo uz pomoć onog poznatog, odnosno onih numeričkih podataka ili uslova koje zadatak nudi. Tako da se može reći da je ova etapa slična Ovčarovoj etapi u kojoj se analiziraju i sintetizuju podaci (Markovac, 1990).

Faza u kojoj se postavljaju računski izrazi i rješavanje ostvaruje postupak kojim se rješava zadatak predstavlja fazu koja navodi ka pitanju na koji način saznajemo šta nam u stvari nije poznato. Uz pomoć ovakvog pitanja, učenike usmjeravamo na operaciju računanja koju učenici trebaju da obave uključujući zadate veličine. Savjetuje se da se izbjegne pitanje koje je sugestivno i da se teži ka uopštenim koja će podstaći misaoni proces kod onoga ko rješava zadatak. Takođe, teži se ka samostalnosti odabira koju računsku operaciju će učenik izvršiti. Ova faza sadrži nekoliko Ovčarovih etapa, ukupno tri.

Na kraju, „formulisanje odgovora“ je završna etapa kod rješavanja tekstualnih zadataka. Odgovor se formuliše usmeno i to u zavisnosti od razreda (Ibidem, 1990). Takođe, Markovac (1990) navodi da se u prvom razredu odgovor najčešće ne piše jer učenicima oduzima mnogo vremena. Međutim, u udžbenicima matematike za prve razrede, na već ucrtanoj dugačkoj crti, traži se zapisivanje odgovora kod tekstualnih zadataka.

Moramo konstatovati da se brojne preporuke istraživača u opšte ne primjenjuju u udžbenicima koji su trenutno dostupni učenicima prvog ciklusa osnovnih škola.

2.1 Proces – etape rješavanja matematičkih problemskih zadataka

Mišurac (2010) kaže da postoje određene etape koje doprinose uspješnijem rješavanju matematičkih problemskih zadataka i to:

- **„RAZUMIJEVANJE KONTEKSTA:** Obuhvata analiziranje priče, pojašnjavanje konteksta, uživljavanje u kontekst, kao i razumijevanje svrhe i cilja problema, prepoznavanje poznatih i nepoznatih podataka;
- **OSMIŠLJAVANJE STRATEGIJE:** Ova etapa obuhvata osmišljavanje analogije sa sličnim zadacima, crtanje, skiciranje, prikazivanje problemske situacije konkretnim materijalom, povezivanje podataka;
- **PRIMJENA STRATEGIJE:** Tu spada rješavanje odgovarajućeg računskog izraza, zaključivanje iz postavljene skice i
- **UOČAVANJE GREŠKE:** Vraćanje i pokušavanje iznova“ (str. 14).

Kada je riječ o procesu rješavanja problemskog zadatka u nastavi, ključno je da učenici shvate metodički pristup svim problemima kao ustaljeni obrazac. Pronaći polaznu tačku je za mnoge učenike najteži dio rješavanja problema. Kako bi djeca mogla da lakše riješe problemski zadatak Polya (1973) predlože određene korake. Dakle, George je smjernicama pružio pomoć kojim se lakše sprovode procesi u rješavanju raznovrsnih problemskih zadataka.

Prvi korak se odnosi na problem koji je neophodno razumjeti i uključuje tumačenje značenja problemske situacije i to kojim pitanjima doći do odgovora koji vode uspješnom rješenju problema. Problem bi trebalo temeljno da razumiju kako bi utvrdili šta se u zadatku traži. Sve to u cilju rješenja problema, ali i naknadnog ponavljanja teksta zadatka koji ne mora glasiti baš onako kako je postavljen.

Praktičan primjer, trebaju da (odnosi se na učenike):

- pročitaju zadatak sa velikom pažnjom, sve u svrhu razumijevanja suštine i onog što se dešava u datom zadatku. Takođe moraju da saznaju sve podatke koji će ih dovesti na kraju do rješenja problemskog zadatka;
- naglase nepoznate riječi i utvrde njena značenja;
- pronađu i odbace nepotrebne informacije kao i da otkriju ono što fali u svrhu rješavanja problema;
- sami sebi postavljaju pitanja kao što su, na primjer „Šta tražimo?“ i „Koje su podaci neophodni da se riješi problemski zadatak?“;
- razgovaraju međusobno o problemu što je jako bitno jer tada koriste svoje riječi;
- raščlane iz zadatka rečenicu po rečenicu, posebno oni koji imaju teškoće sa čitanjem ili razumijevanjem problema.

Besmisleno je da odgovaramo na ono što ne znamo, bez obzira na šta se odnosi pitanje. Tako nešto nije rijedak događaj i može se desiti i van škole, ne samo u njoj. Međutim, na času nastavnici trebalo bi da nastoje da spriječe takve stvari. Ono što se od učenika očekuje je da razumiju problem, ali ne samo da razumiju, nego i da priželjkuju rješenje. Sa posebnom pažnjom treba odabrati zadatak, koji nije pretežak, ali i koji nije prelagan. Dakle, zadatak treba da odiše prirodnošću i zanimljivošću. Naglasak se može staviti na verbalno iskazivanje problematike koja je razumljiva. Prije nego što ih zadaju na času, nastavnici mogu da pregledaju zadatke. Nakon što ga prezentuju, učenici ga ponavljaju i naravno treba da iskažu problem. Učenici treba da budu u mogućnosti da istaknu ključne djelove problema, odnosno nepoznate podatke, kao i uslove. U slučaju da nijesu u mogućnosti to da naprave, nastavnici ih pitanjima navode do tih podataka.

Učenici će skicirati sliku kada je ona naravno u povezanosti sa zadatkom, ali i istaći djelove koji nijesu poznati. Takođe, mogli bi uvesti za svaki objekat prikladnu oznaku, naravno, adekvatno odabrati znakove. Nastavnici na svoja postavljena pitanja ne mogu uvijek očekivati tačan odgovor.

Drugi korak je stvoriti plan gdje se vrši odabir strategije koja će učeniku da pomogne u procesu rješavanja problemskog zadatka. Kako ima mnogo problema, tako ima i mnogo primjenljivih strategija. Bitno je da se odabere ona koja je najsmislenija za učenika, gdje će on pravim odabirom sebi pomoći kako bi došao do rješenja.

Praktičan primjer, trebaju da (odnosi se na učenike):

- popišu sve moguće načine uz pomoć kojih bi mogli doći do rješenja;
- analiziraju svoj popis i da se sa tog popisa izabere strategija uz koju će uspješno moći da riješe problemski zadatak;
- rasprave sa drugarima iz odjeljenja na koji bi način oni rješavali problemski zadatak i to u slučaju da i kod njih postoji nedoumica koju strategiju izabrati.

Da bismo dobili ono što nam je nepoznato, često imamo plan ili bar skicu, posebno kada znamo koju računsku operaciju ćemo upotrijebiti. Veoma dug i krivudav put može biti od razumijevanja problema do stvaranja plana. Dakle, pun pogodak za dolazak do rješenja je osmišljavanje plana. Postepeno ideje mogu nadolaziti i ne treba odustati iako bude par neuspjeha, jer se može iznenada pojaviti ona prava. Nastavnici mogu učiniti pravu stvar i

sami nametnuti temu za razmišljanje koja bi mogla dovesti do kvalitetne ideje. U cilju razumijevanja učenikove pozicije, neophodno je da se prisjetimo situacija u kojima smo bili rješavajući sličnu problematiku. Ako ne posjedujemo već stečena znanja na datu temu, nije lako doći do ideje. One dobre imaju osnovu upravo na već postojećim iskustvima i stečenim znanjima. Postupak prisjećanja nije dovoljan. Iskustvo ranije rješavanja problema može biti veoma dobra baza za buduće rješavanje sličnih matematičkih problema. Tu nam mogu poslužiti i već dokazane teoreme.

Otežavajuća okolnost je postojanje mnogobrojnih problemskih situacija koje na neki način povezujemo sa trenutnom problemskom situacijom jer imaju zajedničke karakteristike. Pitanje je: „Na koji način možemo da odaberemo jedan ili više, ili možda onaj koji nam je koristan?“. Jednostavno rečeno, treba da pogledamo ono što je nepoznato i pokušamo da se sjetimo problemske situacije koja je veoma slična i da se nepoznata podudara, ili je bar približna. Ukoliko budemo uspješni u misiji pronalaska sličnog već ranije riješenog problema, novi problem neće biti težak i u stvari je to jedan srećan završetak.

Treći korak se ogleda u sprovođenju plana koji je već osmišljen što bi značilo da se u stvari rješava problemska situacija. Ono što je neophodno je da učenicima osiguramo veoma jasna uputstva po mogućnosti korišćenja strategije koju oni prate tokom procesa rješavanja problemske situacije. Koristeći strategije koje su odabrali, oni treba da rade na svakom dijelu problema, s ciljem pronalaska konačnog rješenja.

Praktičan primjer, trebaju da (odnosi se na učenike):

- organizovano zabilježe svoje korake rješavanja problema i to na način da mogu da vide svoj rad, kao i da odluče da izabranom strategijom obezbijede neophodne povratne informacije u smislu adekvatnih rezultata;
- pregledaju svoj rad, ako negdje zapnu kod rješavanja iz razloga provjere po mogućnosti nastanka greške;
- se vrate na strategije koje su već popisali i odaberu neku od ponuđenih, ali da se razlikuje od prethodne koja se nije dobro pokazala za datu problemsku situaciju.

Nije lako smisliti plan ali ni doći do dobro osmišljene ideje. Mnogo komponenti bi trebalo da se poklopi da bi učenici uspjeli, ali možemo da istaknemo prethodno stečeno znanje, dobru koncentraciju i sreću, ali i kvalitetan nivo mentalnih navika kod učenika. Dakle, biti strpljiv

je ključ svega, a ono što kroz plan dobijamo je generalna skica, a mi treba da se uvjerimo da će ta skica da obuhvati sve neophodne detalje. Takođe, detalji se provjeravaju pažljivo i do momenta dok sve ono što je nejasno, ne razjasnimo. Ključna opasnost u svemu tome je mogućnost zaboravljanja plana a to i nije tako rijedak slučaj. Neophodno je da budemo uvjereni da činimo ispravne korake u postupku rasuđivanja, a ta uvjeravanja sprovedemo na intuitivan ili formalan način. Naša koncentracija treba biti usmjerena na dolazak do potpuno jasnih i razgovijetnih činjenica kako ni u jednom momentu ne sumnjamo u ispravnost našeg koraka.

Četvrtim korakom se osvrćemo na dobijeno rješenje, a to bi trebalo da navede učenike da ispituju rješenje koje dobiju i to uz pomoć one strategije koju su izabrali. Dakle, četvrtim korakom se podstiče razmišljanje o odabranim strategijama učenika, a takođe im omogućava generalizaciju problema u svrhu primjene u budućim problemskim situacijama.

Praktičan primjer, trebaju da (odnosi se na učenike):

- ponovo pročitaju zadatak i izvrše provjeru adekvatnosti rješenja i njegovog zadovoljenja uslova koji su navedeni u zadatku, kao i da odgovore na pitanje na adekvatan način;
- sami sebi postavljaju pitanja u vidu smislenosti njihovih rješenja, logičnosti i razumnosti njihovog rješenja i slično;
- ilustruju odnosno jednostavno korak po korak napišu misli, kao i da procijene pristup. Uz pomoć navedenog dolaze do vizualizacije koraka iskorištenih u svrhu dolaska do rješenja i osvrta na svoj rad;
- stvore ambijent u kojem će sa drugarima raspravljati o mogućim rješenjima zadatka, kao i o načinima koji ih mogu dovesti do rješenja;
- razmotre i opcije i mogućnosti rješenja problema lako i jednostavno.

Na kraju dobijanjem konačnog rješenja i njegovim zapisivanjem svaki učenik, bio on dobar ili loš spakuju svoje stvari i bude u iščekivanju kraja časa. U slučaju da im se to dopusti, propušta se osvrta koji kao postupak veoma poučno djeluje na učenike. Jedna od dobrih karakteristika nastavnika jeste želja da prenese i pomogne učeniku da izgradi kvalitetan stav, ali i da ukaže da ne postoje problemi koji su maksimalno iscrpljeni. To znači da ne postoji mogućnost a da ne ostane neka opcija koja se može odraditi povodom toga. Naravno, sa

dovoljno znanja i vještine uvijek može da se unaprijedi svako rješenje. Takođe, može da se poboljša i naše razumijevanje rješenja, a ono što nam treba je strpljenje i trud.

Primjera radi, u moru ponuđenih etapa za rješavanje problemskih zadataka možemo navesti i Ničkovićeve (1970) 6 etapa:

- „Problemska situacija – postavljanje problema;
- Definisane problema – nalaženje principa rješenja, izbor racionalne hipoteze;
- Dekomponovanje problema – razlaganje opšteg na uže probleme;
- Verifikacija hipoteza – rješavanje problema;
- Izvođenje generalizacija i
- Provjeravanje zaključaka u novim problemskim situacijama“ (Simić, 2015, str. 117).

Na uspješnost rješavanja matematičkih problemskih zadataka u velikoj mjeri utiče izbor etapa koje učenik primjenjuje, ali i od rada i truda, kako nastavnika, tako i učenika. U ovom procesu povezani su mnogobrojni faktori koji utiču na uspješnost rješavanja i te faktore treba da prilagodimo nastavnom procesu.

2.2 Strategija rješavanja matematičkih problemskih zadataka

Ključna stvar kod učenja i savladavanja matematike, trebalo bi biti rješavanje problema. To znači da bi učenici učenjem kako da rješavaju probleme u matematici, trebalo da usvoje način razmišljanja, istrajnost, znatiželju kao i da steknu samopouzdanje u nepoznatim situacijama, a od svega toga imaće koristi i van nastave matematika, ali i škole. Sve češćim rješavanjem problema i takvim modelom učenja učenici pospješuju lično shvatanje predmeta matematike u cjelini. Pamćenjem nekih zadatih pravila učenici zamaraju svoj mozak, a nerijetko uopšte ne shvate suštinu. Dakle, rješavanje problema predstavlja središte proučavanja i samog učenja matematike. Tema rješavanja problema nije daleka i strana, već tim procesom obuhvatamo cjelokupan programski okvir koji nam osigurava sticanje vještina, ali i učenje koncepta rješavanja. Takođe, prepoznaje se ono što je bitno a to su računске operacije i slobodan pristup rješavanju problema. Očigledna je povezanost u koju moramo uključiti sposobnost koju nam pruža stvarni život i pristupe u rješavanju problemskih situacija. Zadatak matematike u osnovnoj školi je da mora djecu da pripremi kako bi postala maksimalno efikasna u rješavanju problema. Učenici mogu da razumiju problem, razviju plan, ali i sprovedu ga i to sve uz pomoć strategijskih rješavanja problemskih situacija. Korak

nakon toga je razmatranje razumnosti njihovih zaključaka i postojenje alternativnih opcija i pristupa u zaključivanju. Kod rješavanja problema, sposobnost ispravnog računanja je veoma bitna. Ključno jezgro izučavanja i učenja matematike je u stvari razmišljanje.

Za rješavanje problema postoje strategije koje učenici mogu da identifikuju i primijene i mogu biti potpuno nezavisne od određene teme ili predmeta. Za razvoj plana, učenici biraju ili dizajniraju strategiju. Nakon što zaključe koja je strategija najkorisnija, učenici će naznačiti temu za raspravku odnosno sprovesti identifikaciju metode. Veoma važno je da učenici označe strategiju iz razloga mogućnosti polemike o izboru metoda. Sve to može da pomogne u uspostavljanju povezanosti prezentacije sa izabranom strategijom.

Jedna od karakteristika strategije je da ona predstavlja "alat" za učenike jer uz pomoć nje razumiju problematiku, razvijaju planove i implementiraju ih, uz sve to pomažu i da procijene razumnost svojih rješenja. Kad učenici riješe problem, tu je uključen razum, komunikacija, prezentacija, ali i povezivanje. Tokom rješavanja različitih problema, učenici razvijaju i definišu strategije u koje su uključene raznovrsni vidovi situacija. Strategije u svom širokom spektru omogućavaju maksimalnu korisnost kod pristupa novim problemskim situacijama uz veliku dozu fleksibilnosti. Treba da napomenemo da strategiju koja potpuno pokazuje put do rješenja problema ne treba nuditi učenicima. Strategija se treba oslanjati na problem, a mi u stvari želimo da postavimo tu mogućnost da se sami uključe i pronađu strategiju gdje uz opciju i proceduru sigurno dolaze do rješenja.

Preporučuje se da djeca na putu do savladavanja i pronalaska strategija u predškolskom uzrastu rješavaju lakše problemske situacije, što je neformalna matematika, a sve to, da bi formalnu matematiku uspješno povezali sa navedenim iskustvima. Strategiju možemo da definišemo kao postupak kojim su sve aktivnosti usmjerene na ostvarenje određenog cilja ili rješenja matematičkog zadatka.

Bruner (1967) navodi da procesom rješavanja problema uz pokušavanje otkrivanja korisne strategije u stvari učenici povećavaju svoju intelektualnu moć, jer te informacije koje su stekli oni su u mogućnosti da na brz i lak način koriste i primjenjuju. Odnosno, povećavaju svoju unutrašnju motivaciju gdje samonagrađivanjem i željom za iskazivanje svojih aktivnosti učenje se samo pojačava. Podučava učenike pomoću tehnika kojima otkrivaju i uče rješavanjem brojnih problemskih zadataka razvija se stil za rješavanje raznovrsnih problema i istraživanja. Efektivnost u pamćenju kvalitetno raspolaže informacijama i kada su neophodne lako ih je pronaći (Bruner, 1967).

Brojni autori su vršili istraživanje na temu strategija rješavanja problemskih zadataka, jedan od njih je bio Zirdum (2015). Kao uzorak je koristila tri osnovne škole u kojima je učestvovalo 60 učenika iz tri različita razreda. Zaključak je da od velikog izbora raznovrsnih strategija učenici prvo koriste najjednostavnije strategije, pa se postepeno i hronološki penju ka najsloženijim, odnosno učenici rješavanjem složenijih zadataka koriste jednostavnije strategije.

Strategiju koja daje akcenat na kombinatorne zadatke je rješavanje istih od strane učenika uzrasta od prvog do šestog razreda je istraživala English (2007). Proces istraživanja je sproveden na način gdje je svaki učenik dobio problemske zadatke i to njih šest. Od tih šest tri možemo okarakterisati kao dvodimenzionalne, a preostale tri trodimenzionalne. Zaključak do koje je došla ovim istraživanjem je takav da može konstatovati kako učenici pri rješavanju problemskih zadataka koriste raznovrsne strategije i kod dvodimenzionalnih i kod trodimenzionalnih kombinatornih zadataka. Analizom dobijenih rezultata takođe može navesti bitnu činjenicu vezano za strategije, a to je da učenici počinju najjednostavnijom metodom pokušaja i grešaka, da bi na kraju došli do sve složenijih strategija (English, 2007).

Takođe, metodama i strategijom rješavanja tekstualnih zadataka u početnoj nastavi matematike bavile su se Obradović i Zeljić (2015). Cilj njihovog istraživanja je bio dvostran i to: analiziranje i klasifikovanje načina na koje učenici modeluju tekstualne zadatke kada pokušavaju da shvate strukturu opisanog problema i ispitivanje uticaja izabranog modela na metode i postupke rješavanja i uspješnost u rješavanju zadataka. Učestovalo je 55 učenika, a iz dobijenih rezultata uočeno je da učenici nijesu osposobljeni da odnose predstavljene u tekstualnim zadacima modeluju i predstave na neki drugi način.

Nakon svega navedenog dolazimo do zaključka da je izbor strategija individualna stvar. To znači da sami odlučujemo koju ćemo strategiju izabrati i ako izaberemo pravu, dolazak do rješenja je neizbježan i veoma lak. Dakle, konstatujemo da treba da imamo izbor, ali i umijeće, kao i sreću u kombinaciji za efikasno i uspješno rješavanje matematičkih problemskih zadataka.

2.3 Razvoj matematičkog mišljenja

Kod definisanja i određenja pojma „matematičko mišljenje“, mogu se navesti različiti tipovi mišljenja, koja u određenom smislu obuhvataju i matematičko mišljenje. Maričić (2006) naglašava primjer da se sadržaj ovog pojma odnosi na:

- Tip mišljenja: apstraktno, konkretno, intuitivno, funkcionalno, dijalektičko, stvaralačko;
- Stil mišljenja: gipkost, aktivnost, usmjerenost, kritičnost, originalnost;
- Metod saznavanja: posmatranje, dedukcija, indukcija, analogija, modelovanje i
- Svojtvo ličnosti: tačnost, konciznost, koncentracija, sklonost stvaralaštvu (str. 192).

Sveobuhvatni tip mišljenja predstavlja matematičko mišljenje, a to je tip koji se javlja kao sistem međusobno povezanih operacija mišljenja. To znači da pomenuti sistem nije samo skup matematičkih operacija već i integrisana povezana cjelina. Ta cjelina sadrži matematička znanja i pojmove koji predstavljaju oružje misaonih aktivnosti individue. Devlin (2012) navodi da se javlja velika i čvrsta povezanost matematičkog mišljenja i logike, odnosno logičkog aspekta mišljenja u cjelini. Ovakva povezanost javlja se na osnovu prirode matematike kao oblasti nauke, ali i prirode znanja i pojmova koje čine sastavni dio sistema naučnih znanja u okviru matematičke nauke.

Kada govorimo o matematičkom mišljenju, možemo da naglasimo da se sastoji od posebnih tipova mišljenja koji se razvijaju u posebnim oblastima nastave matematike. Znači, možemo govoriti o algebarskom, aritmetičkom, prostornom, geometrijskom, ali i o drugim tipovima mišljenja, u ovoj oblasti, naravno. Postoji i prirodna povezanost između ovih tipova mišljenja (Warren & Cooper, 2009). Oni govore o tome da kod mišljenja učenika postoji prirodna povezanost između aritmetičkog i algebarskog mišljenja, a to se odnosi i na procese njihovog razvoja. Prema Cvetkoviću (1981), jedan od implicitnih zadataka nastave matematike jeste osposobljavanje učenika da na svijet gledaju sa matematičke tačke gledišta. Neophodni oslonac na njihove osnovne orijentacije u objektivnoj stvarnosti činio bi ostvareni razvoj u ovoj oblasti, a on predstavlja i osnovu povezivanja matematičkih znanja i pojmova.

U svrhu razvoja kapaciteta kod učenika da stvari posmatraju sa matematičke tačke gledišta, neophodno je da razvijaju sistem operacija matematičkog mišljenja i to kao ključno sredstvo ovakvog pristupa objektivnoj stvarnosti. Uočljivo je, u ovom slučaju, da se pojam „matematička tačka gledišta“ u znatnoj mjeri poklapa sa pojmom „matematičko viđenje objektivne stvarnosti“, što znači da se može odrediti i na taj način. Kod učenika i jedan i drugi pojam odnose se na neophodnost razvoja matematičkog mišljenja. Moramo naglasiti da je od ključnog značaja za razvoj matematičkog mišljenja kod učenika izbor polaznih znanja i pojmova. Takođe, ističemo i karakter i raspored međusobnih veza koje se između njih u

nastavi otkrivaju, kao i uspjeh u razumijevanju i savladavanju tih znanja i pojmova. Ono što se može podrazumijevati je da, usvajajući ključne matematičke pojmove, učenici uporedo treba da vladaju i matematičkim načinom mišljenja i osnovnim postupcima matematičke djelatnosti. Zaključak Cvetkovića (1981) je da tako usvojeni pojmovi treba da postanu sredstvo matematičkog mišljenja. Dakle, ključnu ulogu za formiranje sistema matematičkih znanja ima usvajanje pravih matematičkih pojmova. To su pojmovi koji po prirodi svojih međusobnih veza i odnosa omogućavaju formiranje logički dosljednog sistema znanja kod učenika u ovoj oblasti. Naglasak se stavlja upravo na otkrivanje tih unutrašnjih veza i odnosa koje se javljaju kod matematičkih pojmova, a koji izražavaju te iste veze i odnose u objektivnoj stvarnosti. Kod učenika, to predstavlja ključno sredstvo razvijanja sistema matematičkih znanja.

Takođe, Cvetković (1981) stavlja naglasak i na odnos međuzavisnosti koji se uspostavlja između procesa razvoja matematičkih pojmova i razvoja matematičkog mišljenja kod učenika. To sve, u smislu da se ova dva procesa međusobno podstiču i dopunjavaju, a to znači da se nalaze u složenom odnosu komplementarnosti. U nastavi matematike, u određenom smislu, mogu se posmatrati kao dio jedinstvenog procesa razvoja matematičkog mišljenja.

Proces razvoja matematičkog mišljenja učenika ima osnovu u upotrebi sistema matematičkih znanja i pojmova koji se kod njih formira uporedo sa razvojem matematičkog mišljenja. Više autora, na primjer (Cvetković, 1981; Devlin, 2012; Omond, 2012) naglašava da matematičko mišljenje funkcioniše kao operisanje matematičkim znanjima, odnosno pojmovima, pravilima, formulama, postupcima. Učenik je, u svakoj situaciji rješavanja matematičkog zadatka, neposredno u prilici da koristi sve ono što posjeduje kao kognitivni kapacitet u ovoj oblasti, u saznavnom smislu i smislu razumijevanja. Sve to je neophodno da bi došao do samog rješenja zadatka. Učenik upotrebljava prethodno usvojena znanja i pojmove što se odnosi na operisanje znanjima i pojmovima i to mu služi kao sredstvo upoznavanja zadatka, sagledavanja cjeline konteksta zadatka, uočavanja različitih veza i odnosa koji su dio zadatka. Takođe, služi mu i kod strukturalnog i funkcionalnog razlaganja zadatka na manje dijelove, traženja načina kojim bi se došlo do rješenja zadatka, kao i drugih aktivnosti koje se javljaju u procesu rješavanja zadatka. U nastavnom procesu, suštinski uticaj na razvoj matematičkog mišljenja kod učenika ima nastavnikovo vođenje časa, a koje se odvija kroz različite zajedničke aktivnosti nastavnika i učenika (National council of teachers of mathematics, 2000). Shodno tome, ključne su upravo aktivnosti vođenja koje se odvijaju u problemski-

orijentisanoj nastavi matematike, uzimajući u obzir činjenicu da u ovakvom modelu rada u nastavi veliki značaj ima dobra organizacija svih aktivnosti. Cilj je dakle, ostvarenje što većeg nivoa efikasnosti nastave. Uticaj na razvoj matematičkog mišljenja kod učenika ima i upražnjavanje različitih misaonih aktivnosti u procesu nastave matematike. Značaj se ogleda upravo zbog činjenice da se ovaj uticaj ne može odvijati na optimalnom nivou i to samo na osnovu spontanosti aktivnosti učenika, već kroz samostalno rješavanje različitih matematičkih zadataka, problemskih i drugih zadataka. Može se ostvariti na različite načine i kroz različite aktivnosti nastavnika u procesu nastave. Navešćemo neke od tih aktivnosti:

- individualno ispostavljanje zahtjeva učenicima, u pogledu ispostavljanja različitih zahtjeva i zadavanja matematičkih zadataka koje učenici rješavaju, sa ciljem stvaranja optimalnog kognitivnog izazova kod učenika pri rješavanju postavljenih zadataka;
- praćenje ostvarenog napretka u procesu rješavanja postavljenog zadatka, uz davanje adekvatnih podsticaja u situacijama kada je napredak iz određenih razloga usporen ili uopšte ne postoji;
- pružanje pomoći kroz savjet, sugestiju, davanjem dodatnog objašnjenja, usmjeravanjem aktivnosti učenika i slično, da bi se aktiviralo upražnjavanje pojedinih misaonih aktivnosti koje imaju ključni značaj za razvoj matematičkog mišljenja kod učenika;
- ukazivanje na pogrešne korake i greške bilo koje vrste u procesu rješavanja zadatka, u cilju intenzivnijeg razvoja kognitivnih sposobnosti i vještina;
- ocjenjivanje kao oblik vrednovanja u kojem do izražaja dolazi i motivaciona vrijednost procjenjivanja postignuća kao i
- druge aktivnosti koje su dio cjeline pedagoškog vođenja u procesu nastave.

Između ostalog, sam smisao ovih aktivnosti kod učenika je i da se iskoristi skup njihovih aktivnosti u nastavi matematike, i to kao sredstvo razvoja njihovog matematičkog mišljenja. Ono što može biti potencijalno dobra potpora za razvoj različitih elemenata matematičkog mišljenja kod učenika, jeste problemski orijentisana nastava matematike. U tom pogledu, javljaju se određene prednosti ovog modela rada u nastavi matematike u tom pogledu, u odnosu na druge modele i načine rada.

U okviru proučavanja problema mišljenja uopšte, prihvata se početno stanovište da se mišljenje neposredno ispoljava u bilo kojoj problemskoj situaciji. Tokom koji se odvija da bi

smo došli do rješenja postavljenog problema, koji je smješten u određenu problemsku situaciju, mišljenje se javlja kao sredstvo pomoću kojeg dolazimo do rešenja postavljenog problema. Problemska situacija u oblasti matematike se uspostavlja na osnovu postavke matematičkog problemskog zadataka, koji se može konstituisati kao tekstualni problemski zadatak ili u nekom drugom obliku. U nastavi matematike, svaki složeniji matematički zadatak može da bude za određene učenike u funkciji problemskog zadatka, isključivo ukoliko će kod tih učenika biti u funkciji iniciranja različitih misaonih operacija i ulaganja adekvatnog misaonog napora. Dakle, tada je sve to orijentisano ka dolasku do traženog rješenja postavljenog zadatka (Antonijević, 2006; 2007).

Mišljenje kao aktivnost predstavlja sredstvo dolaska do rješenja bilo kojeg problema sa kojim se individua suočava, u ovom slučaju učenik. Podrazumijevamo da je za rješenje matematičke problemske situacije neophodno da učenik savlada kognitivnu prepreku koja se javlja kao dio konteksta problemske situacije. Njemu se u suočavanju sa problemskom situacijom, kao kognitivna prepreka javlja neki novi, nepoznati i neotkriveni dio konteksta situacije, koji je neophodno riješiti, odnosno savladati, upoznati, otkriti, razumjeti. To bi trebalo da znači da je prepreka kao takva savladana. Kognitivna prepreka se u matematičkom zadatku može odrediti kao didaktički, odnosno metodički osmišljena prepreka, a za njeno savladavanje je neophodno da učenik uloži misaoni napor. To je, u stvari, onaj dio zadatka koji je nepoznat učeniku i misaoni napor koji treba da uloži, usmjeren je u pravcu dolaska do rješenja zadatka. Na kraju, ono što je bilo nepoznato i nerazumljivo, po logici stvari postaje poznato i razumljivo (Antonijević & Mitrović, 2013).

Nastavu matematike odlikuje sadržaj koji se odnosi na zadatke i njihova rješavanja. Matematički zadaci su posebno bitni kod oblikovanja učenikovih umijeća koji se odnose na njihovu buduću sposobnost uspješnog savladavanja zadataka i stvaralačko mišljenje (Kurnik, 2010). Zadaci postaju važno sredstvo pri oblikovanju učenikovih osnovnih matematičkih znanja, umijeća i navika i doprinose razvoju njihovih matematičkih sposobnosti i stvaralačkog mišljenja (Kurnik, 2010). Neophodno je da se preduzmu i misaone aktivnosti pri rješavanju problemskog zadatka, koje su usmjerene na otkrivanje i izdvajanje novih, a u datom zadatku prethodno skrivenih odnosa koji se javljaju kao ključna osnova koja treba da dovede do rješenja zadatka. Zaključujemo da su misaone aktivnosti otkrića rješenja postavljenog problema, istovremeno i proces savladavanja kognitivne prepreke, i zajedno predstavljaju ključni segment misaonih aktivnosti u problemski orijentisanoj nastavi matematike. Što se tiče intenzivne misaone aktivnosti učenika, one se javljaju kod većine

matematičkih problemskih zadataka tekstualnog tipa i to gdje su aktivnosti mišljenja u prvoj fazi rješavanja zadatka usmjerene prevashodno na konstituisanje, odnosno otkriće postavke zadatka. Shodno tome, možemo reći da to predstavlja fazu u kojoj se tekstualni format zadatka transformiše u neki oblik matematičkog formata.

Na kraju, možemo konstatovati da znanje da se riješi matematički zadatak predstavlja najbolju karakteristiku matematičkog mišljenja učenika, kao i nivo njihovog matematičkog obrazovanja (Dejić & Egerić, 2005).

2.4 Motivacija i način poboljšanja uspješnosti učenika u rješavanju matematičkih problemskih zadataka

U slučaju da učenici često doživljavaju neuspjeh u izvršavanju školskih obaveza, u ovom slučaju rješavanja matematičkih problemskih zadataka, mehanizmi odbrane postaju sve nedjelotvorniji. Ono što slijedi je da oni postaju uvjereni da su nesposobni da riješe problem. Činjenica je da, ako žele da budu uspješni matematičari, to u najvećoj mjeri zavisi od faktora kao što su: stav prema sebi, samopouzdanje da se uhvate u koštac sa nekim matematičkim problemom, ali i da istraju u svemu tome i to bez odustajanja, sve dok ne stignu do samog rješenja problema. Dakle, ukoliko oni ne vjeruju u sebe, neće ni doći do rješenja, jer gledaju sa strahom na svaki zadatak i plaše se poraza koji naravno urušava njihovo samopouzdanje. Iz svih navedenih razloga, neophodno je nastavu matematike učiniti zanimljivom, zabavnom, ali i učenicima relaksirajućom u velikoj mjeri. To znači da čas moramo osmisliti tako da bude veoma zanimljiv da bi ga učenici sa velikom pažnjom pratili. Nastavnici u svemu tome imaju veoma značajnu ulogu, jer svojim zalaganjem, radom i trudom, ali i kreativnošću, umnogome utiču na to da li će učenici zavoljeti ili imati strah od matematike. Oni imaju važan zadatak da nauče djecu da misle. Definicije, teoreme i formule su ono što se često zaboravi, ali je bitno da učenici ne zaborave da razmišljaju i koriste logiku kod rješavanja svakog problema.

Istraživanje na temu: „Motivacioni profili učenika u matematici“ su sprovele Lalić-Vučetić, Ševkušić i Mirkov (2019). Učestvovalo je 4 380 učenika 4. razreda osnovnih škola u Srbiji. Potvrđeno je da je pozitivniji stav učenika prema matematici praćen njihovom većom vjerom u sopstvene sposobnosti. Oni učenici koji vjeruju da je uspjeh rezultat uložениh napora, a ne urođenih sposobnosti, u većoj mjeri će biti spremni da se angažuju u učenju i da razviju

pozitivne samoprocjene, što evidentno utiče na postignuće (Lalić-Vučetić, Ševkušić & Mirkov, 2019).

Motivacija se može postići rješavanjem zadataka kroz igru u opuštenoj atmosferi. Raznovrsnim i zanimljivim pitanjima učenike treba da navedemo da razvijaju logičko mišljenje. Napominjemo da u prvom ciklusu osnovne škole učenike ne treba da opterećujemo definicijama i strogim pravilima, već da ih naučimo da misle i povezuju naučeno, kao i da primjenjuju stečena znanja. Dakle, preporuka je da im od malena matematiku predstavimo kao zanimljiv i kreativan predmet, ali i da damo sve od sebe da zavole matematiku. Nastavnik mora biti veoma kompetentan, ali i kreativan i treba da ima veoma poseban i pristupačan odnos sa svim učenicima. Učenik koji ima unutrašnji pokretač, odnosno volju i želju za radom, istrajan je i ne odustaje od svojih ciljeva, i tada postiže najbolje rezultate. Ono što treba da bude cilj problemske nastave jeste da svaki učenik iz razreda bude individualno motivisan, kako svojom željom za radom, tako i motivacijom nastavnika i to primjenom zanimljivih zadataka koji imaju šaljivu i logičku konotaciju. Tada će učenici da smatraju da se igraju na času, a tom igrom u stvari uče, a da toga i nijesu svjesni. Igrajući se, druže se, uče, koriste prethodna znanja, ali i stiču nova, što je u stvari pun pogodak nastave matematike, koja priprema učenike na rješavanje raznovrsnih problema u životu.

Postoje istraživanja koja su sproveli Arambašić i drugi (2005) koja pokazuju da sposobnost za matematiku nije urođena i da genetika tu nema mnogo povezanosti. Rijetko postoje realna uvjerenja da su matematičke sposobnosti urođene, da bi ta činjenica bila opravdanje onima koji nijesu uspješni u matematici, što znači da neuspjeh pravdaju time da nemaju genetske predispozicije za uspješno rješavanje matematičkih zadataka.

Zaključak istraživanja koje su sproveli Lalić-Vučetić i Mirkov (2017) je da ključni značaj ima u stvari interakcija između nastavnika i učenika, a to se odnosi na način na koji se bavi nastavnik zajedno sa učenicima matematičkim sadržajima. Ono što treba naglasiti je da na stav prema matematici veliki uticaj ima i porodica, posebno roditelji. Od nivoa obazovanja roditelja i njihovog stava prema matematici, umnogome zavisi kakav će stav i motivaciju imati njihova djeca prema matematici i rješavanju matematičkih problemskih zadataka (Lalić-Vučetić & Mirkov, 2017).

Ispitujući nastavu matematike i uticaj primjene problemskih zadataka na nju, Kadum (2005) je sproveo istraživanje na uzorku od 155 učenika osnovnih škola. Imao je dvije grupe -

eksperimentalnu grupu 78 ispitanika i kontrolnu grupu 77 ispitanika. Dobijeni rezultati pokazuju da je učenje rješavanjem problemskih zadataka efikasnije od tradicionalnog i da znatno doprinosi razumijevanju bitnih matematičkih sadržaja, aktivnijem odnosu učenika prema rješavanju zadataka, boljem uspjehu, većem nivou usvojenosti činjenica i informacija, većoj reprezentativnosti stečenih znanja, znatno produžava trajanje stečenih znanja (Kadum, 2005).

Razvijanje stvaralačke, misaone i sazajne sposobnosti učenika nije moguće bez savremene nastave u kojoj se stvaraju problemske situacije i rješavaju problemi. Dosadašnja istraživanja su pokazala da današnju nastavu odlikuje loša karakteristika, a to je činjenica da u njoj dominira „spoljašnja“ nastavnikova aktivnost, dok je prijeko potrebna „unutrašnja“ učenikova aktivnost. Optimalni odnos unutrašnjih i spoljašnjih aktivnosti bi bio jedan od ciljeva savremene nastave. Tako bi nastavu učinili zanimljivijom, a učenike bi motivisali i ohrabрили da nađu rješenja za sve buduće probleme (Cvetković, 2007).

2.5 Intelektualne mogućnosti djece kod rješavanja matematičkih problemskih zadataka

Neophodno je poznavanje faza intelektualnog razvoja djece kako bi se moglo pristupiti usvajanju određenih sadržaja, koji nijesu samo matematički, sadržaji već i matematičko mišljenje kod učenika. Postoje različite teorije razvoja mišljenja od kojih ćemo izdvojiti švajcarskog psihologa Pijažea. On razvija konstruktivističku teoriju o razvoju djece i izdvaja četiri stadijuma:

- Senzorni stadijum (od rođenja do 24. mjeseca);
- Preoperacioni stadijum (2 - 6. godine);
- Stadijum konkretnih operacija (6 - 12. godine) i
- Stadijum formalnih operacija (od 12. godine do zrelosti);

Senzorni stadijum je stadijum razvoja djeteta gdje ono saznaje stvarnost putem motornog, odnosno mišićnog izvršavanja i čula. Mišićno izvršavanje se odnosi na akcije koje dijete vrši na predmete iz njegove neposredne okoline. Moramo da naglasimo da je ovo period u kojem dijete vlada svim čulnim iskustvima koji su veoma bitni za razvoj matematičkih pojmova.

Takođe, savladava govor, hod i koordinaciju pokreta u prostoru, pronalazi skrivene predmete i uspijeva da stavlja (na primjer) tri šoljice na tri tacne, što znači da dovodi predmete u međusobni odnos i uči uviđanjem.

Preoperacioni stadijum karakteriše mogućnost djece da povezuju osobe i predmete koji mu nijesu u vidokrugu po sjećanju, uspijevaju da rekonstruišu prošlost i prave planove za budućnost. U ovom predmetu se razvija pojam klasa i uključivanje u klasu. Djeca nijesu u stanju da dijele cjeline na djelove, a da se zatim misaono vrate i uporede djelove sa cjelinom (Dejić & Egerić, 2005). Djeca vide samo seriju pokreta i njihovo mišljenje uopšte nije reverzibilno. Nijesu u mogućnosti da reprezentuju kretanje nekih objekata, već samo opažaju određena stanja, a ne i transformacije. Zaključak koji je Pijaže izveo je da djeca ne mogu da shvate konverzaciju, odnosno da se kvantitativna svojstva predmeta kao što je dužina, težina i broj ne mijenjaju ako im se promijeni izgled (Ibidem, 2005). Centralizacija je jedna od karakteristika mišljena djece na ovom nivou. Ona podrazumijeva usmjerenost pažnje djece na jedan upadljiv aspekt predmeta ili situacije i zanemarivanja ostalih važnih aspekata. Djeca sagledavaju osobenosti koje mu privlače pažnju, a ograničena su na spoljašnju stranu pojave.

Kada djeca dođu u stadijum od oko 6-7 godina, nastaje prekretnica u njihovom mišljenju i tada često kažemo da razmišljaju kao veliki. Dijete počinje da unaprjeđuje svoj mentalni razvoj i to na nivou konkretnih operacija, a to se ogleda u postupcima dodavanja, oduzimanja, klasifikacije, serijacije i slično. Djeca mogu da shvate konverzaciju, u smislu da se kvantitativna svojstva predmeta, kao što su dužina, težina i broj ne mijenjaju ako im se promijeni izgled, odnosno oblik i težina (Ibidem, 2005). Djeca u ovom stadijumu su sposobna da se misaono vrate sa kraja na početak akcije i tada shvataju pojam konverzacije. Kada je kod djeteta razvijena sposobnost reverzibilnosti, ono je misaono sazrelo i za ostala shvatanja u matematici. Mentalna reverzibilnost na stadijumu konkretnih operacija ograničena je na pojmove sa kojima je dijete imalo prethodno iskustvo ili na svijet koji neposredno opaža (Ibidem, 2005). Pored reverzibilnosti za shvatanje i razumijevanje pojma konverzacije, neophodna je razvijenost operacija indetiteta, klasifikacija i serijacija. Oni klasifikuju određene predmete prema jednoj ili grupi osobina tog istog predmeta. Grupišu predmete i pojmove prema „urođenim razlikama“. Oni shvataju tranzitivnost relacije, ako je $A < B$ i $B < C$, onda je $A < C$. Međutim, djeca sve do dvanaeste godine neće moći da vrše serijaciju, čak sa tri elementa.

Stadijum formalnih operacija je stadijum u kojem je dijete sposobno da se otrgne od realnih okvira i ne mora da se oslanja na opažanje. Oslobađa se od konkretnih objekata, a vladaju zakoni logike kod rasuđivanja i to na primjer „ako važi to i to ..., onda važi ...“. Dijete će matematički pojam najbolje da usvoji perceptivno, odnosno posredstvom svojih čula. Poslije toga formira mentalnu sliku o pojmu, pa se u nastavku misaonom obradom dolazi do samog pojma, a to podrazumijeva imenovanje datog pojma.

2.6 Komparacija uspješnih i neuspješnih učenika u procesu rješavanja matematičkih problemskih zadataka

Rješavanje matematičkih problemskih zadataka je poseban proces kojem učenici na različite načine pristupaju. Sa sigurnošću se može reći da postoje razlike u pristupu između uspješnih i neuspješnih učenika prilikom rješavanja matematičkih problemskih zadataka, a to mogu potvrditi mnogobrojna istraživanja. Od mnogih možemo izdvojiti istraživanje u kome se upoređuje rješavanje problemskih zadataka uspješnih i neuspješnih učenika. Prilikom rješavanja aritmetičkih problemskih zadataka, uspješni učenici konstruišu modele na osnovu situacije koja je opisana u njemu, nazivaju ih strategija problemskog modela, dok način na koji zadatke rješavaju neuspješni učenici se odnosi na to da su oni usmjereni na brojeve i ključne riječi koje se nalaze u zadatku, i nazivaju ga strategija direktnog prevođenja (Hegarty & dr., 1995). Dva opšta pristupa pomoću kojih ćemo razumjeti matematičke tekstualne zadatke su: „Shortcut“ pristup i „Meaningful“ pristup.

„Shortcut“ pristup (pristup prečicama)

Učenik koji postavljenom problemskom zadatku pristupa na ovakav način i u samom procesu rješavanja bira brojeve i ključne riječi, kao što su „više ili manje“, tako razvija mogući plan rješavanja zadatka. Brojevi koji se nalaze u zadatku ali i ključne riječi će ga navesti na to da odredi koje računске operacije će upotrijebiti i to oduzimanje ako je ključna riječ manje, odnosno sabiranje ako je više. Rješavanjem problemskog zadatka na ovakav način, odmah prevodi činjenice u numeričke izraze i dolazi do odgovora. Dakle, rješavajući ovakvim pristupom problemske zadatke, ne konstruišu kvantitativan prikaz situacije predstavljene u problemskom zadatku.

„Meaningful“ pristup (smisleniji pristup) predstavljen je kroz problemski model. Rješavajući zadatke učenici s obzirom na opisanu situaciju prevode podatke u mentalni model.

Tekstualna osnova se razlikuje od modela, tako da će model postati osnovno polazište koje vodi do plana uspješnijeg rješavanja (Ibidem, 1995).

Učenik čita tekst zadatka i iznosi svoje elemente kojim se izražava veličina neke promjenljive, kvantitativne odnose koji se nalaze u njima i pitanja koja izražavaju nepoznate veličine promjenljive. Dakle, učenici treba da uključe sve podatke koje su saznali u zadatku u postojeću tekstualnu strukturu. Primarni zadatak učenika koji rješava problemski zadatak je da sadržaje prevedu u unutrašnje problemske ideje i da u njima uključe elemente do kojih su došli iz problemskih zadataka i tako konstruišu semantičku pozadinu ideja. Učenici će da konstruišu matematičke ideje i na taj način će napraviti razliku koja će tačno odvojiti učenike koji upotrebljavaju problemski model od onih koji koriste rješavanje direktnim tumačenjem.

Učenici koji direktnim tumačenjem rješavaju zadatke, zapostavljaju sve podatke koji se nalaze u zadatku i samo obraćaju pažnju na brojeve i ključne riječi. Tako oni upotrebljavaju samo jedan mali dio podataka koji zadatak sadrži. Dok oni učenici koji upotrebljavaju problemski model prilikom rješavanja zadatka, u stvari konstruišu svoje problemske modele na tom nivou razumijevanja. Oni nijesu isključivo vezani za početne informacije koje nudi zadatak, već imaju ideju koja se zasniva na svrsishodnosti i smislenosti. Poslije iznošenja podataka neophodno je osmisliti plan koji će ga dovesti do tačnog rješenja. Oni učenici koji uspješno rješavaju matematički problemski zadatak, imaju sposobnost da zadrže problemske modele u svoju radnu memoriju i pratili radne procese.

U nastavku ćemo dati primjer takvog zadatka: „Cijena torbe je 32 eura. To je 8 eura manje od cijene jakne. Ako treba da kupiš 3 jakne, koliko ćeš to da platiš?“

Učenik koji će uspješno riješiti zadatak, prvo sabira 32 i 8, a nakon toga će dobijeni zbir pomnožiti sa tri ili eventualno 40 sabira tri puta. Učenici koji uspješno dolaze do rješenja izračunavaju zbir brojeva 32 i 8, pa zatim taj zbir množe brojem 3 kako bi izračunali iznos koji treba platiti za tri jakne ili eventualno broj 40 sabiraju tri puta. Rješavajući direktnim pristupom, učenik će pažnju usmjeriti na ključne riječi i na brojeve iz zadatka. Kao što vidimo ključna riječ je „manje“ i zbog toga učenik koristi oduzimanje datih brojeva koji će ga dovesti do netačnog rješenja.

Istraživači za učenike koji uspješno rješavanju matematičke problemske zadatke kažu da oni svoju pažnju usmjeravaju na ostale riječi u zadatku, iz razloga što su im baš one neophodne za konstruisanje problemskog modela. Takvi učenici su osjetljivi na suštinu, dok su na

bukvalne riječi u zadatku manje osjetljivi. Činjenica je da uspješni učenici tačnije mogu zapamtiti tačne odnose između promjenljivih, dok učenici koji su neuspješniji ipak bolje pamte bukvalne riječi iz zadatka, odnosno konkretne podatke.

Konstatacija cjelokupnog istraživanja jeste da, kako uspješni, a tako i neuspješni učenici, koriste različite strategije dok rješavaju matematičke problemske zadatke. Neispravno bi bilo da zaključimo i objedinimo to da svi neuspješni učenici koriste istu strategiju, a da to isto važi i za uspješne. To možemo obrazložiti činjenicom da strategije koje se koriste zavise od mnogobrojnih faktora, ali i individualnih odluka i kvaliteta. Napominjemo da i nastavnici moraju da budu svjesni da upotrebom strategija koje su različite na kvalitetan način može da realizuje ishode u početnoj nastavi.

2.7 Matematički problemski zadaci u nastavnim i vannastavnim aktivnostima

Tipovi časova koji se određuju u zavisnosti od postavljenih ciljeva su: časovi obrade novog gradiva, časovi utvrđivanja gradiva, časovi provjeravanja znanja, umjenja i navika, časovi ponavljanja i kombinovani časovi. Kada je u pitanju nastava matematike, ne postoje časovi koji su u cjelini posvećeni obradi novog gradiva. Svi časovi nastave matematike imaju osnovni cilj, a to je upoznavanje sa novim gradivom, dok su ostali njemu podređeni. Na časovima uvijek treba da dobijamo povratne informacije o usvojenom gradivu. Povratne informacije su nam dragocjene i kao takve usmjeravaju dalji tok rada. Čas obrade novog gradiva podrazumijeva i etapu utvrđivanja prethodno usvojenog gradiva. U tom dijelu učenici uvježbavaju zadatke koji će biti uvertira pri usvajanju novih sadržaja, a kao uvertiru možemo i da vršimo analizu domaćih zadataka.

Praktični dio

Tema časa: Oduzimanje dvocifrenih brojeva

Razred: II (drugi)

Ishod časa:

Učenik/ca zna hronološki slijed stvari u zadatku.

Razumije transformisanje pisanog teksta u brojni zapis.

Primjenjuje stečena znanja u rješavanju tekstualnih zadataka.


Aktivnosti učenika: Učenici rade zadatke koristeći vizuelno pomagalo i posmatraju koja se cifra mijenja.

Zadatak: Umanjiti broj 63 za jednu desetice, za dvije desetice, za tri desetice.

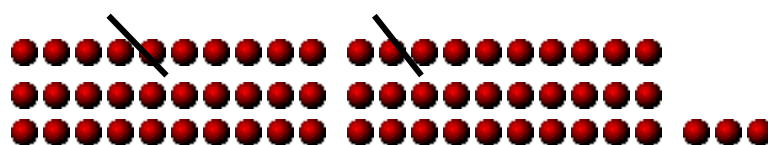
Uputstvo: Učenici posmatraju koja se cifra mijenja kod broja 63. Primjećuju da se oduzimanjem višestruke desetice od broja 63 ne mijenja cifra jedinica. Tako je cifra jedinica od razlike uvijek 3. Odgovaraju na pitanje: „Kakve još višestruke desetice možemo oduzeti od broja 63?“ Zapisuju jednakost:

$$\begin{array}{l} 63 - 10 = 53 \\ 63 - 20 = 43 \\ 63 - 30 = 33 \end{array}$$


Učenici uočavaju sličnosti kod ovih jednakosti-umanjilac višestruke desetice, a umanjenik je 63 (Dragović, Rovčanin & Gazivoda, 2018).

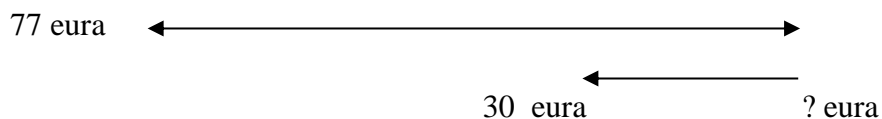


$$63 - 10 = 53$$



$$63 - 20 = 43$$

Sljedeća aktivnost je da učenici analiziraju zadatak koji nastavnik zapisuje na tabli. Na primjer: „Maša je imala 77 eura. Potrošila je 30 eura. Koliko joj je eura ostalo?“. Učenici uz pomoć nastavnika formiraju šemu zadatka, koristeći metodu duži.



Ili:

imala: 77 eura

potrošila: 30 eura

ostalo: ? eura

Nakon što učenici dođu do odgovora zadatka koristeći uobičajene etape, nastavnik postavlja nekoliko zadataka koje će oni samostalno da rješavaju. U završnom dijelu časa se vrši analiza urađenog i dobija se povratna informacija. Na časovima utvrđivanja gradiva se vrši

produbljivanje znanja, ali se i usavršavaju umjenja i navika, pri čemu se koriste elementi novog gradiva. Pomoću određenih vježbi učenici mogu da se pripreme za izučavanje novih sadržaja. Kod utvrđivanja gradiva prilikom vježbanja, nastavnik treba da analizira sve napravljene učenikove greške, što je od velike važnosti za dalji tok časa, ali i za razvijanje samokritičnosti. Na ovakvim časovima nastavnik je taj koji mora da, u detaljnoj pripremi za čas, odabere zadatke koji su prilagođeni individualnim sposobnostima učenika. Stoga, izrada nastavnih listova ima važnu ulogu. Primjer nastavnog lista u praktičnoj nastavi matematike:

Nastavni list

1. Izračunaj zbir brojeva 17 i 20.

2. Nađi razliku brojeva najvećeg dvocifrenog broja i najmanjeg broja 4. desetice.

3. Razlici brojeva 75 i 20 dodaj broj 41.

4. U trpezariji se hrani 40 učenika. Koliko će stolova biti potrebno ako za svakim stolom sjedne po 5 učenika ?

R : _____

O : _____

Pored rada na redovnim časovima, cilj nastave matematike u prvom ciklusu osnovne škole je da određene sadržaje realizuje i kroz vannastavne aktivnosti kao što su domaći zadaci i dodatna nastava.

Domaći rad u nastavi matematike je važan prilikom sticanja matematičkih znanja, umjenja i navika. Tako da izbor zadataka za rad kod kuće nastavnici trebaju da prilagode individualnim sposobnostima učenika. Provjeru urađenih zadataka nastavnik mora da izvrši, kako bi bio siguran da ih je učenik samostalno uradio.

Dodatna nastava je namijenjena svim talentovanim učenicima koji iskazuju veliko interesovanje za matematiku. Takođe i na ovim časovima nastavnici trebaju da zadatke

Rješavanje matematičkih problemskih zadataka u prvom ciklusu osnovne škole

prilagode individualnim sposobnostima svakog učenika, kako bi na adekvatan način pokazali svoj talenat za nastavu matematike.

II ISTRAŽIVAČKI PRISTUP

3 Metodološki pristup

3.1 Problem i predmet istraživanja

Problem istraživanja je: *Nedovoljna zastupljenost, neefiksno rješavanje i primjena matematičkih problemskih zadataka u prvom ciklusu osnovne škole, kao i neadekvatna informisanost o njihovom značaju.*

Predmet istraživanja: *Uspješnost rješavanja matematičkih problemskih zadataka u prvom ciklusu osnovne škole, njihova zastupljenost u nastavi kao i značaj za dalji razvoj i napredak učenika.*

3.2 Cilj i zadaci istraživanja

Cilj našeg istraživanja je: *Ispitivanje mišljenja i stava nastavnika o učestalosti i značaju primjene matematičkih problemskih zadataka i analiziranje stava i iskustva učenika o problemskim zadacima, načinima rješavanja, uspješnosti i značaju.*

Polazeći od navedenog cilja, formulisani su i posebni zadaci putem kojih ćemo ostvariti postavljeni cilj istraživanja:

- *Utvrditi stav nastavnika da li postoje faktori koji utiču na uspješniju organizaciju i realizaciju problemske nastave matematike;*
- *Utvrditi stav nastavnika da li se povećanjem primjene matematičkih problemskih zadataka može uticati na motivisanost i uspjeh svih učenika;*
- *Utvrditi da li su učenici uspješni u rješavanju matematičkih problemskih zadataka i da li im je takav vid nastave zanimljiv;*
- *Utvrditi stav i mišljenje učenika da li rješavanjem matematičkih problemskih zadataka razvijaju nove načine rješavanja problema, kako u školi, tako i van nje;*
- *Utvrditi stav i mišljenje učenika o upotrebi preporučenih faza kao putokaza za rješavanje matematičkih problemskih zadataka.*

3.3 Naučno-istraživačke hipoteze

Na osnovu predmeta istraživanja, cilja i postavljenih zadataka, glavnu hipotezu možemo definisati na sljedeći način:

Pretpostavlja se da nastavnici nedovoljno primjenjuju matematičke problemske zadatke u svom radu, a učenici imaju pozitivan stav o matematičkim problemskim zadacima i rješavaju ih uspješno.

Na osnovu prethodno definisanih istraživačkih zadataka postavili smo niz hipoteza.

Sporedne hipoteze:

- *Pretpostavlja se da postoje brojni faktori koji utiču na uspješniju organizaciju i realizaciju problemske nastave matematike;*
- *Pretpostavlja se da povećanje primjene matematičkih problemskih zadataka može uticati na motivisanost i uspjeh svih učenika;*
- *Pretpostavlja se da učenici uspješno rješavaju matematičke problemske zadatke i da im je takav vid nastave zanimljiviji;*
- *Pretpostavlja se da učenici rješavanjem matematičkih problemskih zadataka razvijaju nove načine rješavanja problema, kako u školi, tako i van nje;*
- *Pretpostavlja se da učenici koriste preporučene faze kao putokaz za rješavanje matematičkih problemskih zadataka.*

3.4 Naučno-istraživačke varijable

Nakon postavljanja hipoteza, u istraživanju smo definisali varijable ili promjenljive. Varijabla ili promjenljiva je karakteristika neke pojave koja se mijenja, odnosno varira. Definisali smo nezavisnu varijablu koja glasi:

Rješavanje matematičkih problemskih zadataka u prvom ciklusu osnovne škole.

Zavisna varijabla bi bila:

Osamostaljivanje učenika u rješavanju matematičkih problemskih zadataka, jačanje motivacije za učenje i sticanje kritičkog mišljenja, što sveukupno doprinosi uspješnijem intelektualnom razvoju učenika.

Rješavanjem matematičkih problemskih zadataka učenici povećavaju svoj obrazovni učinak, stižu opšti nivo znanja, usvajaju informacije, razvijaju sposobnost kritičkog mišljenja, poboljšavaju trajnost stečenih znanja, ali i povećavaju primjenljivost stečenih znanja.

3.5 Metodološki pristup

Naučno – istraživački pristupi koji će se koristiti u ovom istraživanju su:

- Racionalno-deduktivni (teorijska elaboracija samog predmeta istraživanja);
- Empirijsko-induktivni (izrada naučno-istraživačkih instrumenata i organizacija rada na terenu);
- Matematičko-statistički (obrada rezultata istraživanja).

U fazi diskusije i interpretacije rezultata, kao i izvođenja zaključaka zakonomjerno će se smjenjivati i komplementarno dopunjavati sva tri naučno-istraživačka pristupa.

3.6 Značaj i karakter istraživanja

Rezultati ovog istraživanja mogu doprinijeti rasvjetljavanju problematike koja je vezana za *matematičke problemske zadatke u prvom ciklusu osnovne škole*. Takođe, može pružiti značajne podatke koji mogu unaprijediti vaspitno-obrazovnu praksu.

3.7 Populacija i uzorak

Populaciju u ovom istraživanju predstavljaju nastavnici i učenici osnovnih škola u sjevernoj regiji Crne Gore. Uzorak ovog istraživanja predstavlja 75 nasumično odabranih nastavnika razredne nastave i 89 nasumično odabranih učenika I, II i III razreda. Precizni podaci o uzorku navedeni su u tabeli strukture uzoraka.

Škola	Broj nastavnika	Broj učenika
OŠ „Vuk Karadžić“ – Berane	12	20
OŠ „Dušan Korać“ – Bijelo Polje	16	12
OŠ „Marko Miljanov“ – Bijelo Polje	15	11
OŠ „Risto Ratković“ – Bijelo Polje	13	15
OŠ „Boško Buha“ - Pljevlja	10	14
OŠ „Bratstvo – Jedinstvo“ - Rožaje	9	17
UKUPNO	75	89

Tabela br. 1. Struktura uzorka

3.8 Metode, tehnike i instrumenti

U ovom istraživanju primijenit ćemo metodu teorijske analize. Ova metoda će se primijeniti u procesu definisanja problema, predmeta, cilja, istraživačkih zadataka i istraživačkih hipoteza. Deskriptivna metoda će nam poslužiti u cilju identifikacije mišljenja i stava nastavnika o učestalosti, značaju primjene i načinima rješavanja matematičkih problemskih zadataka i analiziranje stava i iskustva učenika o problemskim zadacima, načinima rješavanja, uspješnosti i značaju.

Istraživačka tehnika koja je tom prilikom korišćena je anketiranje, a u skladu sa njom instrument će biti anketni upitnik. Koristili smo anketni upitnik otvorenog i zatvorenog tipa koji je bio anonim.

3.9 Preliminarno (sondažno) istraživanje

Preliminarno istraživanje smo obavili u cilju provjere metrijskih karakteristika instrumenta, kako bi se, u slučaju eventualnih grešaka, izvršile potrebne korekcije. Takođe, provjerili smo da li su pitanja u okviru anketnog upitnika adekvatno postavljena i da li je planirano vrijeme za popunjavanje istog dovoljno. Rezultati do kojih se došlo putem ovog istraživanja su preliminarni.

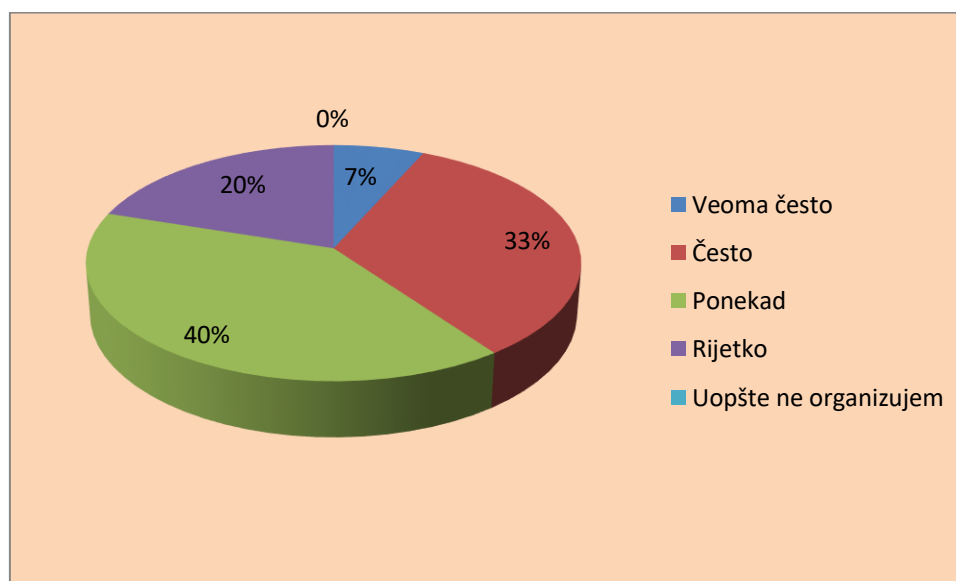
3.10 Obrada dobijenih rezultata

Nakon proučavanja potrebne literature i provjere metrijskih karakteristika naučno – istraživačkih instrumeta pristupili smo samom toku istraživanja. Najprije smo tražili saglasnost od uprave škole za realizovanje istraživanja u kojima će se sprovesti. Istraživanje je obavljeno od maja do kraja septembra 2022. godine.

Rezultate ćemo predstaviti tabelirano i grafički, pristupićemo sređivanju, statističkoj obradi, interpretaciji i diskusiji dobijenih rezultata. Neposredno nakon toga, uslijediće pisanje konačnog izvještaja istraživanja (elaborata).

1. Koliko često organizujete realizaciju planiranih ishoda učenja kroz matematičke problemske zadatke?	Numerički	Procentualno
a) Veoma često	5	7%
b) Često	25	33%
c) Ponekad	30	40%
d) Rijetko	15	20%
e) Uopšte ne organizujem	0	0%
UKUPNO	75	100%

Tabela br. 2



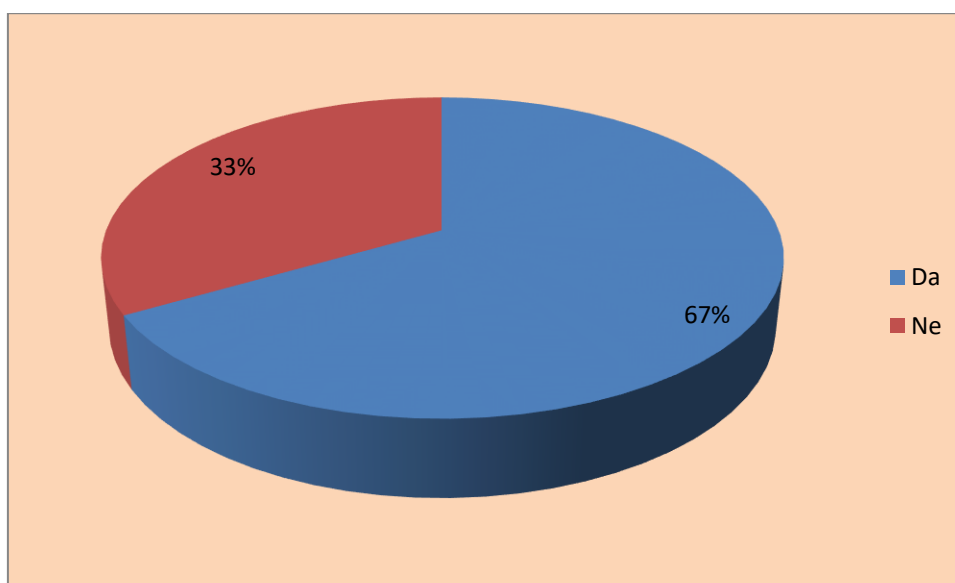
Dijagram br.1

Rješavanje matematičkih problemskih zadataka u prvom ciklusu osnovne škole

Na osnovu ispitanog uzorka možemo vidjeti da nastavnici realizuju planirane ishode kroz matematičke problemske zadatke, ali nedovoljno. 40% nastavnika organizuje izučavanje nastavnih sadržaja iz matematike kroz problemske zadatke ponekad, 33% nastavnika često, 20% rijetko, dok svega 7% nastavnika veoma često organizuje izučavanje nastavnih sadržaja kroz problemske zadatke.

2. Da li smatrate da postoje određene faktori koji remete uspješniju i kvalitetniju raelizaciju problemske nastave?	Numerički	Procentualno
a) Da	50	67%
b) Ne	25	33%
UKUPNO	75	100%

Tabela br. 3



Dijagram br. 2

Na osnovu tabele br. 3 i dijagrama br. 2 možemo zaključiti da dvije trećine nastavnika, odnosno 67% njih smatra da postoje određeni faktori koji remete uspješniju i kvalitetniju realizaciju problemske nastave. To nas dovodi do zaključka da postoje različiti faktori koji remete realizaciju problemske nastave i da su ti faktori brojni.

3. Ukoliko ste na prethodno pitanje odgovorili sa DA, navedite faktore koji remete realizaciju problemske nastave.

Treće pitanje u anketnom upitniku je otvorenog tipa i dobili smo različite odgovore, ali možemo zaključiti da većina nastavnika ima isto mišljenje, a to je:

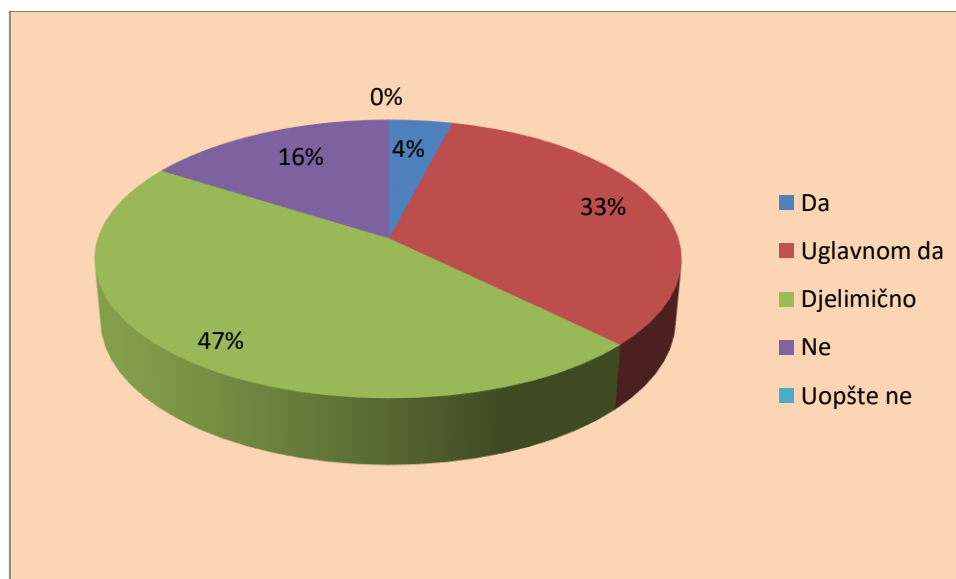
- Nedostatak stručne literature, udžbenika i priručnika namijenjenih problemskoj nastavi;
- Neopremljenost škole savremenim nastavnim sredstvima, nedostatak didaktičkih materijala, interneta i sl.;
- Nedovoljno edukovani nastavnici i samim tim nemotivisani učenici;
- Nedovoljno interesovanje učenika i nemogućnost uspješnog rješavanja problemskih zadataka kod slabijih učenika;
- Nedovoljan broj časova.

Na osnovu mišljenja ispitanika, zaključili smo da većina nastavnika u prvi plan stavlja nedostatak savremenih nastavnih sredstava, nedostatak literature, udžbenika i priručnika namijenjenih problemskoj nastavi. Takođe, pored gore navedenih problema imamo i nemotivisanost nastavnika za realizovanje problemske nastave, neosposobljenost učenika za samostalno učenje i rad, nedostatak vremena, zatim nedostatak praktičnih saradnika u nastavi, pripremanje nastave zahtijeva više vremena od uobičajenog rada.

Na osnovu navedenog možemo da zaključimo da je naša hipoteza potvrđena, jer postoje brojni faktori koji utiču na organizaciju i realizaciju problemske nastave, kao i na njen uspjeh.

4. Svi učenici u Vašem odjeljenju pokazuju interesovanje za rješavanje problemskih zadataka.	Numerički	Procentualno
a) Da	3	4%
b) Uglavnom da	25	33%
c) Djelimično	35	47%
d) Ne	12	16%
e) Uopšte ne	0	0%
UKUPNO	75	100%

Tabela br. 4

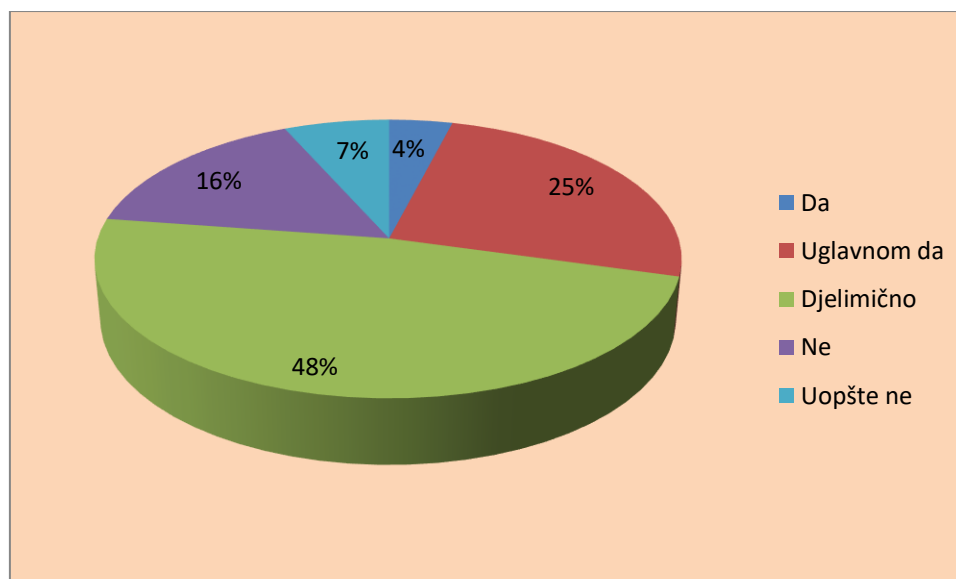


Dijagram br. 3

Iz tabele br. 4 i dijagrama br. 3 saznajemo da je zainteresovanost učenika za rješavanje problemskih zadataka mala i da je neophodno više zainteresovati učenike za ovakav vid nastave. 4% nastavnika odgovorilo je sa DA, odnosno da svi učenici pokazuju interesovanje za rješavanje problemskih zadataka, 33% nastavnika se izjasnilo da su učenici uglavnom zainteresovani, njih 47% smatra da su učenici djelimično zainteresovani. 16% nastavnika je mišljenja da nijesu svi učenici zainteresovani za rješavanje matematičkih problemskih zadataka.

5. Svi učenici u Vašem odjeljenju mogu uspješno da rješavaju matematičke problemske zadatke.	Numerički	Procentualno
a) Da	3	4%
b) Uglavnom da	19	25%
c) Djelimično	36	48%
d) Ne	12	16%
e) Uopšte ne	5	7%
UKUPNO	75	100%

Tabela br. 5

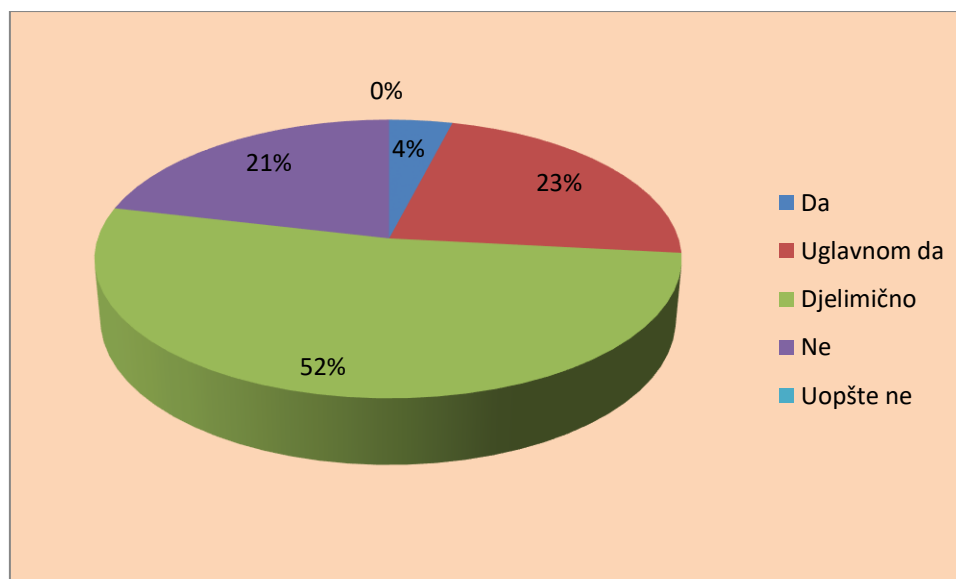


Dijagram br. 4

Na pitanje “Da li svi učenici u Vašem odjeljenju mogu uspješno da rješavaju matematičke problemske zadatke”, najveći broj nastavnika (36 ili 48%) se izjasnilo sa djelimično, 25% nastavnika je odgovorilo sa uglavnom da, dok je svega 4% nastavnika potvrdilo da svi učenici u odjeljenju mogu uspješno da rješavaju ovakve zadatke. Takođe, kroz njihove odgovore zaključujemo da ne mogu svi učenici uspješno riješiti matematičke problemske zadatke. Njih 12 ili 16% se izjasnilo sa ne, a 7% je stava da uopšte ne mogu svi učenici uspješni riješiti problemske zadatke. Dakle, samo jedan dio učenika uspješno savladava ovake zadatke, dok većina ne može da isprati ovakav sadržaj, što nas opet navodi na zaključak da su brojni faktori koji negativno utiču na učenike i njihovo uspješno usvajanje ovakvog gradiva.

6. Težina matematičkih problemskih zadataka i način rješavanja matematičkih problemskih zadataka su prilagođeni svakom učeniku u Vašem odjeljenju.	Numerički	Procentualno
a) Da	3	4%
b) Uglavnom da	17	23%
c) Djelimično	39	52%
d) Ne	16	21%
e) Uopšte ne	0	0%
UKUPNO	75	100%

Tabela br. 6

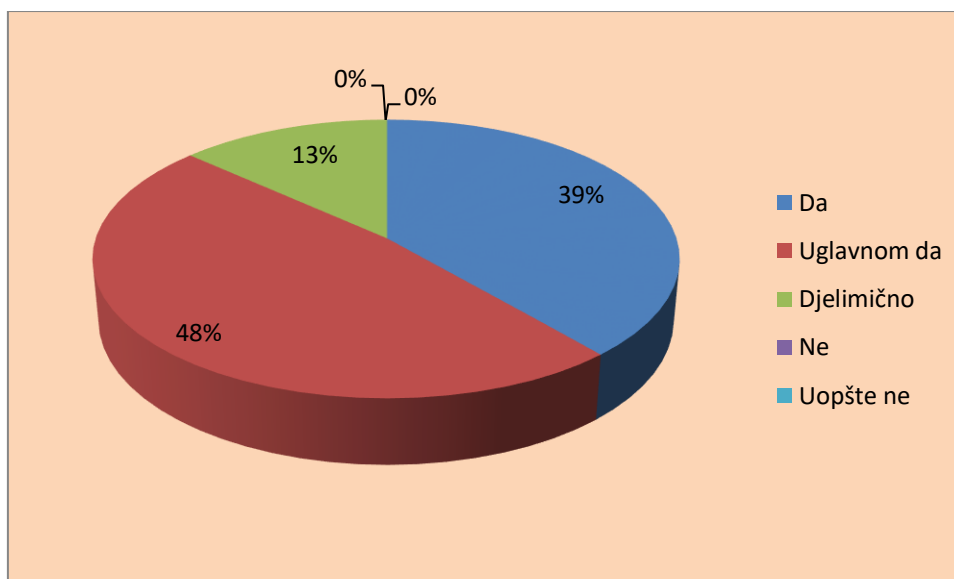


Dijagram br. 5

Da je težina matematičkih problemskih zadataka i način njihovog rješavanja prilagođena svakom učeniku, smatra svega 4% ispitanika, 23% smatra da su uglavnom prilagođeni, dok više od polovine ispitanika (52%) je mišljenja da su djelimično prilagođeni svim učenicima. Takođe, 21% ispitanika je mišljenja da težina i način rješavanja matematičkih problemskih zadataka nije prilagođena svim učenicima. Zaključak je, da je jedan od faktora koji negativno utiče na uspješnu realizaciju problemske nastave, težina matematičkih problemskih zadataka, koja je samo djelimično prilagođena učenicima i da nijesu svi učenici uspješni u njihovom rješavanju.

7. Planiranje matematičkih problemskih zadataka u nastavnom planu i programu, kao i udžbenicima i radnim sveskama matematike, može pozitivno uticati na učenike i njihovo uspješnije rješavanje.	Numerički	Procentualno
a) Da	29	39%
b) Uglavnom da	36	48%
c) Djelimično	10	13%
d) Ne	0	0%
e) Uopšte ne	0	0%
UKUPNO	75	100%

Tabela br. 7

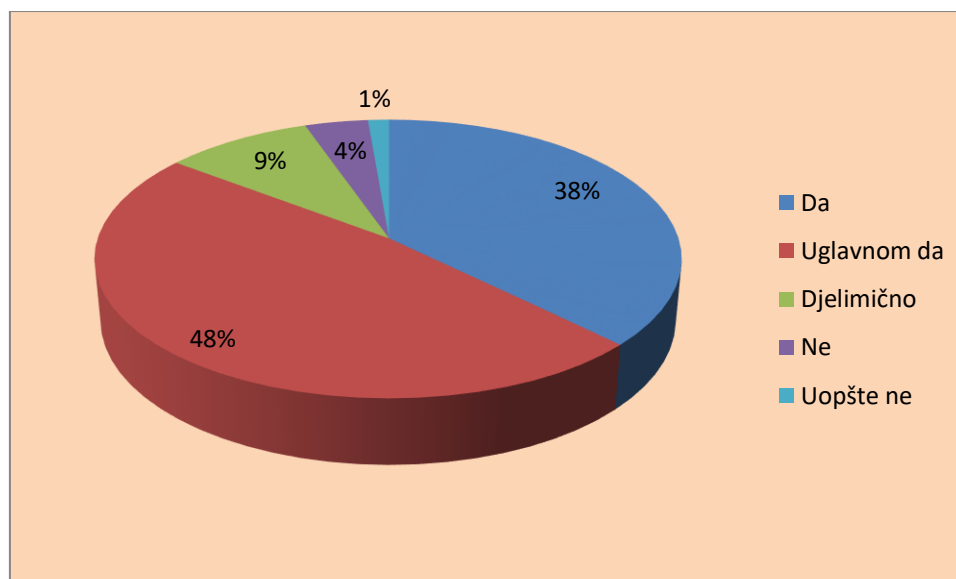


Dijagram br. 6

Na osnovu tabele br. 7 i dijagrama br. 6 možemo zaključiti da većina ispitanika ima pozitivan stav o planiranju matematičkih problemskih zadataka, koji mogu pozitivno uticati na učenike i njihovo uspješnije rješavanje.

8. Povećanje primjene matematičkih problemskih zadataka može pozitivno uticati na uspjeh učenika i iz drugih predmeta.	Numerički	Procentualno
a) Da	28	38%
b) Uglavnom da	36	48%
c) Djelimično	7	9%
d) Ne	3	4%
e) Uopšte ne	1	1%
UKUPNO	75	100%

Tabela br. 8

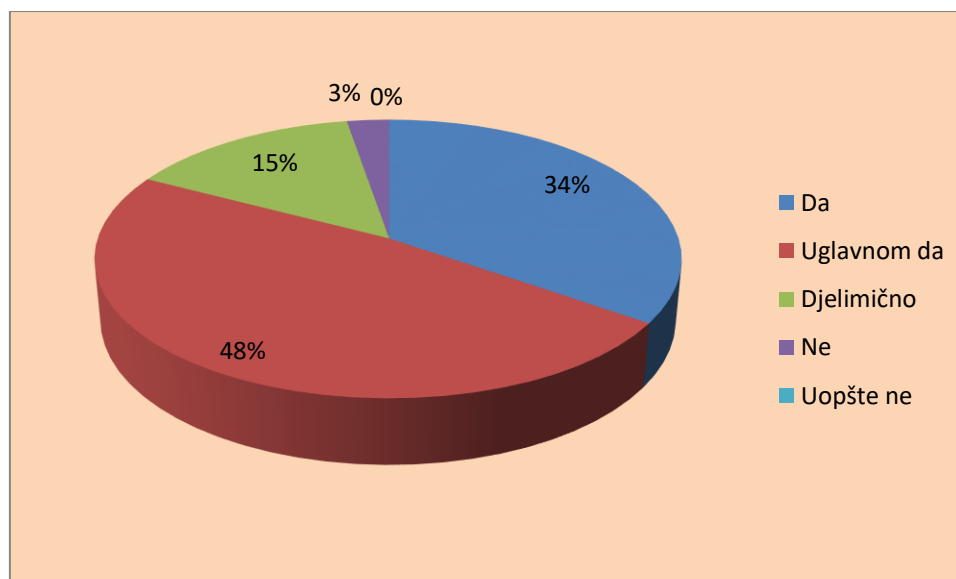


Dijagram br. 7

Kroz odgovor ispitanika na 8. pitanje vidimo da povećana primjena matematičkih problemskih zadataka pozitivno utiče na uspjeh učenika i iz drugih predmeta, čime možemo potvrditi našu hipotezu da povećana primjena matematičkih problemskih zadataka može uticati na motivisanost i uspjeh svih učenika.

9. Rješavanje matematičkih problemskih zadataka kod učenika razvija nove načine rješavanja problema u životu.	Numerički	Procentualno
a) Da	26	34%
b) Uglavnom da	36	48%
c) Djelimično	11	15%
d) Ne	2	3%
e) Uopšte ne	0	0%
UKUPNO	75	100%

Tabela br. 9

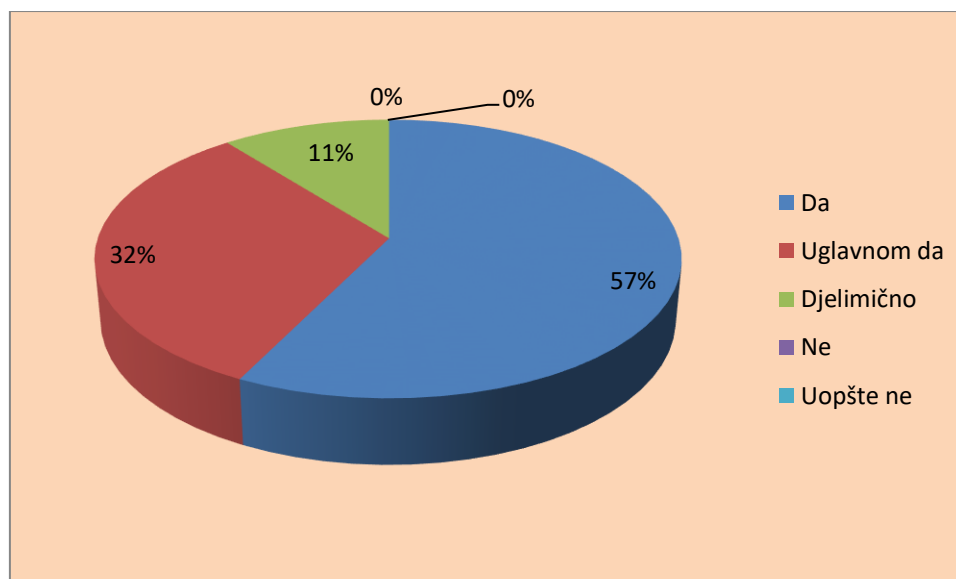


Dijagram br. 8

Da rješavanje matematičkih problemskih zadataka kod učenika razvija nove načine rješavanja problema u životu, zaključujemo na osnovu odgovora ispitanog uzorka. 34% ispitanika je odgovorilo sa da, 48% ispitanika sa uglavnom da i djelimično je dalo odgovor 15% ispitanika. Negativno mišljenje, odnosno da rješavanje matematičkih problemskih zadataka kod učenika ne razvija nove načine rješavanja problema u životu, je imalo sve 2 ili 3% ispitanika. Dakle, ovim možemo potvrditi našu hipotezu da učenici rješavanjem matematičkih problemskih zadataka razvijaju nove načine rješavanja problema.

10. Upotreba savremenih nastavnih sredstava kroz rješavanje matematičkih problemskih zadataka može uticati da učenici budu više motivisani za njihovo rješavanje.	Numerički	Procentualno
a) Da	43	57%
b) Uglavnom da	24	32%
c) Djelimično	8	11%
d) Ne	0	0%
e) Uopšte ne	0	0%
UKUPNO	75	100%

Tabela br. 10

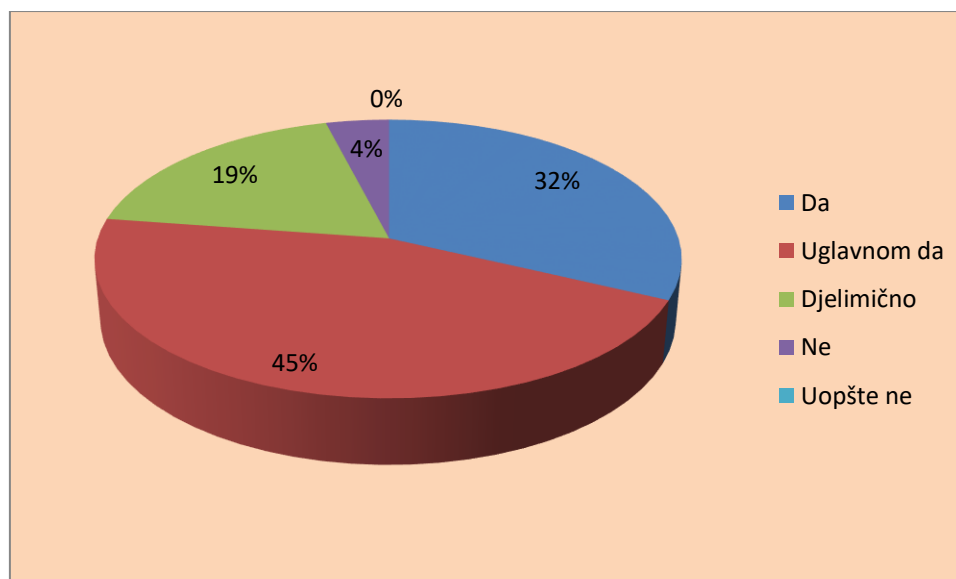


Dijagram br. 9

Na osnovu odgovora ispitanika koje vidimo iz tabele br. 10 i dijagrama br. 9 možemo reći da upotreba savremenih nastavnih sredstava pozitivno utiče na učenike. 57% ispitanika je potvrdilo pozitivan uticaj prilikom upotrebe savremenih nastavnih sredstava, 32% je dalo odgovor sa uglavnom da, djelimično 8% ispitanika. Negativnih odgovora nije bilo, tako da nas to dovodi do zaključka da su učenici više motivisani za rješavanje matematičkih problemskih zadataka kroz upotrebu savremenih nastavnih sredstava.

11. Potrebno Vam je više vremena za pripremu i organizaciju nastave kroz primjenu matematičkih problemskih zadataka u odnosu na uobičajeni način rada.	Numerički	Procentualno
a) Da	24	32%
b) Uglavnom da	34	45%
c) Ponekad	14	19%
d) Ne	3	4%
e) Uopšte ne	0	0%
UKUPNO	75	100%

Tabela br.11

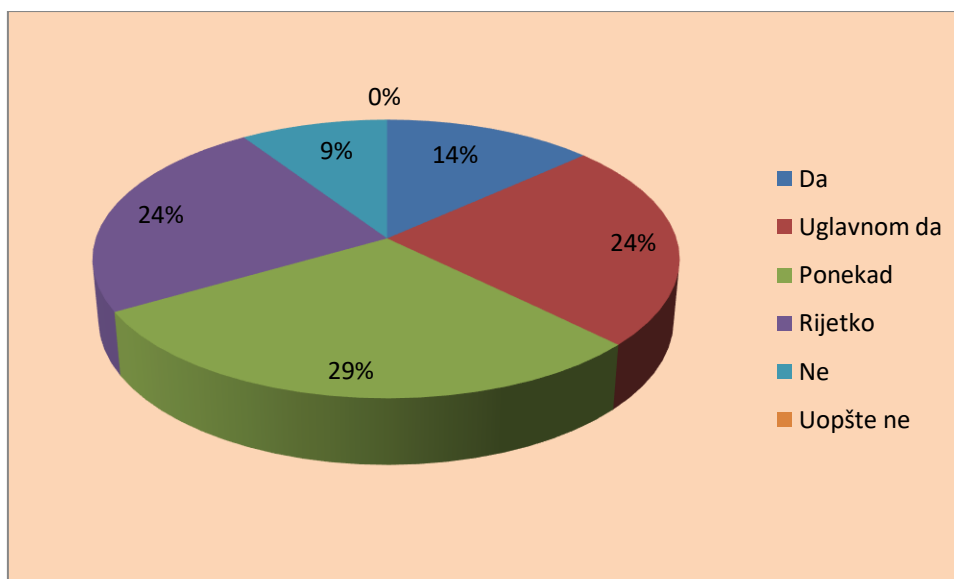


Dijagram br. 10

Na ovo pitanje većina ispitanika se izjasnilo da im je potrebno više vremena za pripremu i organizaciju nastave kroz primjenu matematičkih problemskih zadataka. 32% ispitanika se izjasnilo da mu je potrebno više vremena za pripremu i organizaciju nastave kroz primjenu matematičkih problemskih zadataka u odnosu na uobičajeni način rada, 45% se izjasnilo sa uglavnom da, 19% ponekad. Negativan odgovor su dala 3 ili 4% ispitanika, odnosno da im nije potrebno više vremena za pripremu i organizaciju nastave kroz ovakvu primjenu zadataka. Dakle, vidimo da je nastavnicima ovakav vid nastave komplikovan, da zahtijeva više vremena za pripremu i organizaciju od uobičajenog načina rada.

12. Da li su Vam potrebna dodatna znanja i obuke za realizaciju matematičkih problemskih zadataka kako bi ih učenici uspješnije rješavali?	Numerički	Procentualno
a) Da	10	14%
b) Uglavnom da	18	24%
c) Ponekad	22	29%
d) Rijetko	18	24%
e) Ne	7	9%
f) Uopšte ne	0	0%
UKUPNO	75	100%

Tabela br. 12



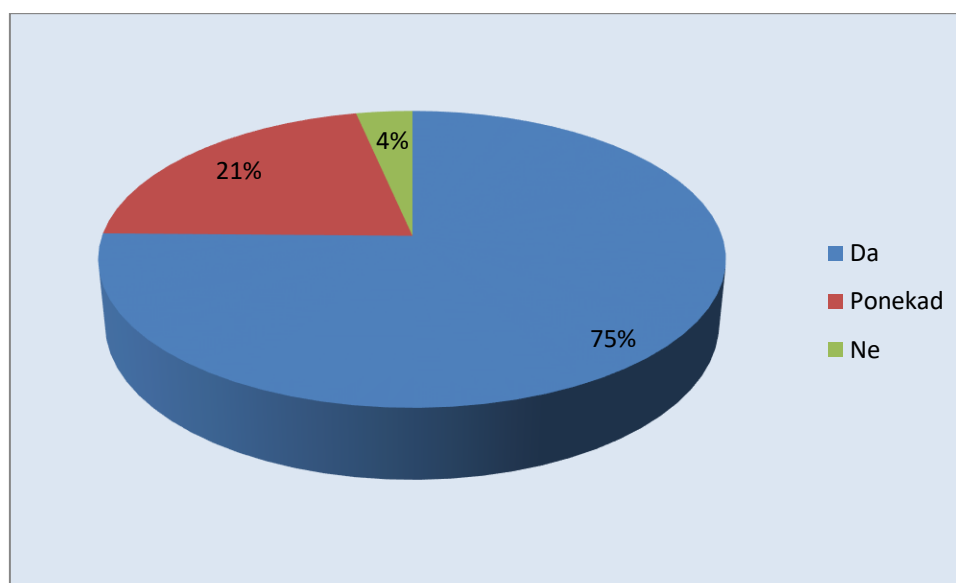
Dijagram br. 11

Na osnovu talebe br. 12 i dijagrama br. 11 vidimo da 14% ispitanika smatra da su mu potrebna dodatna znanja i obuke za realizaciju matematičkih problemskih zadataka kako bi ih uspješnije rješavali učenici, 24% ispitanika se izjasnilo da su im uglavnom potrebna dodatna znanja i obuke. Da su im ponekad potrebna dodatna znanja i obuke izjasnilo se 29% ispitanika, a 24% ispitanika se izjasnilo sa rijetko. Takođe, imamo 7 ili 9% ispitanika koji su negirali da su im potrebna dodatna znanja i obuke za realizaciju matematičkih problemskih zadataka kako bi ih uspješnije rješavali učenici. Dakle, možemo zaključiti da su većini ispitanika potrebne i obuke i dodatna znanja za uspješniju realizaciju ovakvih nastavnih sadržaja, kako bi učenici uspješnije rješavali matematičke problemske zadatke.

Rezultate anketnog upitnika namijenjenog učenicima ćemo predstaviti u nastavku tabelarno i grafički, kao i kroz statističku obradu, interpretaciju i diskusiju dobijenih rezultata.

1. Radujem se časovima matematike.	Numerički	Procentualno
a) Da	67	75%
b) Ponekad	19	21%
c) Ne	3	4%
UKUPNO	89	100%

Tabela br. 13

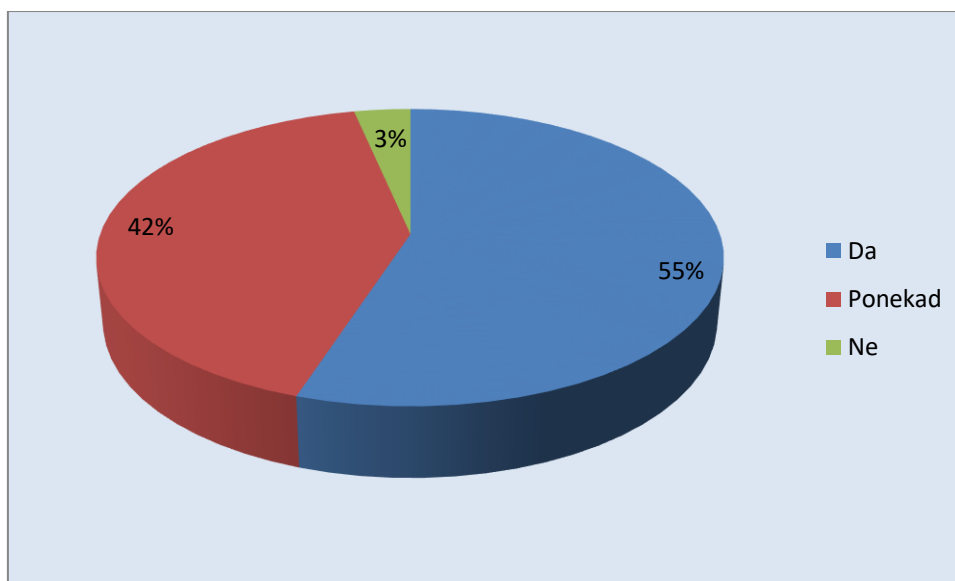


Dijagram br. 12

Na osnovu tabele br. 13 i dijagrama br. 12 vidimo da se 75% ispitanika raduje matematici, 21% ponekad, dok je samo 4% ispitanika dalo negativan odgovor. Dakle, možemo zaključiti da se većina učenika raduje matematici, odnosno da voli časove matematike.

2. Volim da rješavam matematičke problemske zadatke.	Numerički	Procentualno
a) Da	49	55%
b) Ponekad	37	42%
c) Ne	3	3%
UKUPNO	89	100%

Tabela br. 14

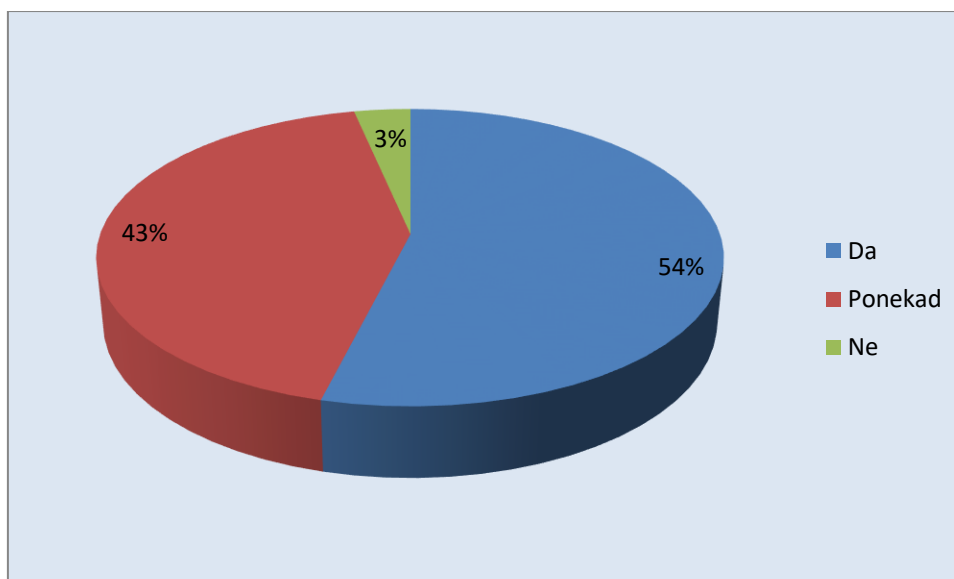


Dijagram br. 13

Više od polovine ispitanika se izjasnilo da voli da rješava matematičke problemske zadatke, njih 42% ispitanika ponekad i 3% ispitanike ne voli da rješava ovakve zadatke. Na osnovu dobijenih rezultata možemo reći da učenici uglavnom vole da rješavaju matematičke problemske zadatke, odnosno da im je ovakav vid nastave zanimljiv.

3. Matematičke problemske zadatke uspješno rješavam.	Numerički	Procentualno
a) Da	48	54%
b) Ponekad	38	43%
c) Ne	3	3%
UKUPNO	89	100%

Tabela br. 15

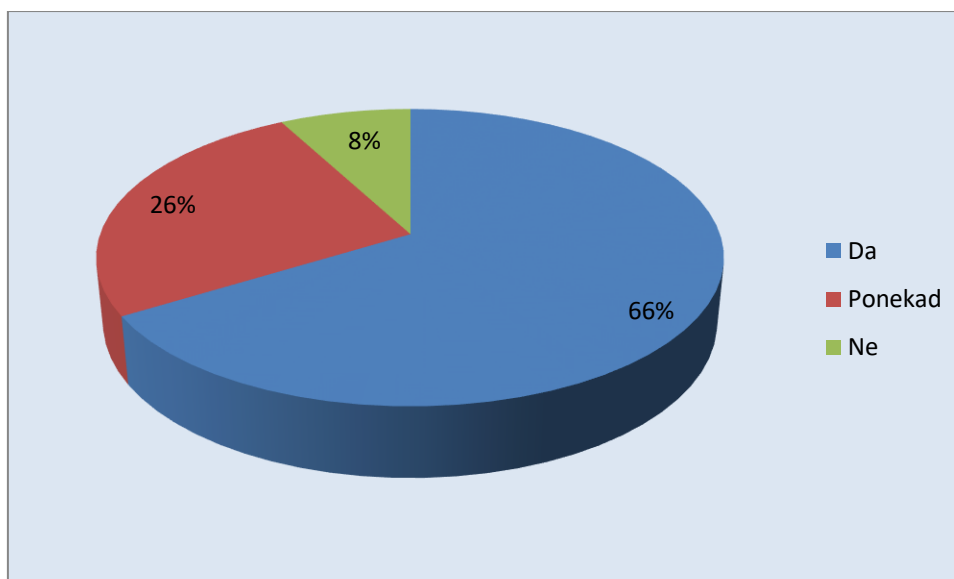


Dijagram br. 14

Uspješno rješava matematičke problemske zadatke 54% ispitanika, 43% ispitanika je odgovorilo da ponekad rješava matematičke problemske zadatke, dok njih 3% neuspješno rješava ovakve zadatke. Na osnovu stava učenika o uspešnosti rješavanja matematičkih problemskih zadataka, zaključujemo da je većina učenika uspješna u njihovom rješavanju.

4. Rješavanje matematičkih problemskih zadataka mi je zanimljivo.	Numerički	Procentualno
a) Da	59	66%
b) Ponekad	23	26%
c) Ne	7	8%
UKUPNO	89	100%

Tabela br. 16

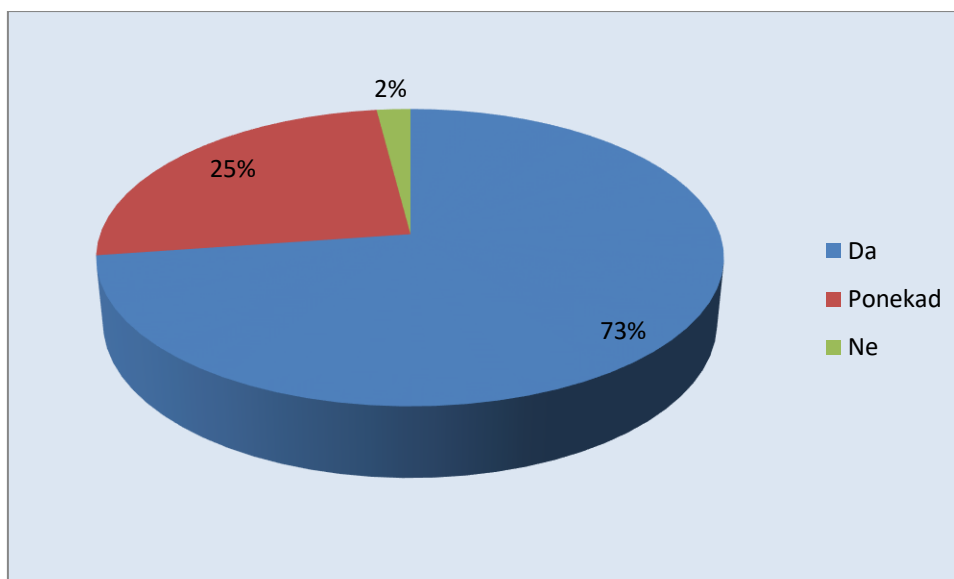


Dijagram br. 15

Vidimo da je pozitivan odgovor dalo 66% ispitanika, odnosno da im je rješavanje matematičkih problemskih zadataka zanimljivo. 26% ispitanika se izjasnilo da im je ponekad zanimljivo rješavanje ovakvih zadataka, dok 8% ispitanika ima negativan stav, odnosno da im rješavanje matematičkih problemskih zadataka nije zanimljivo. Dakle, možemo da potrdimo hipotezu da su učenici uspješni u rješavanju matematičkih problemskih zadataka i da i je takav vid nastave zanimljiv.

5. Pokušavam da problemske zadatke riješim na svoj način.	Numerički	Procentualno
a) Da	72	73%
b) Ponekad	25	25%
c) Ne	2	2%
UKUPNO	89	100%

Tabela br. 17

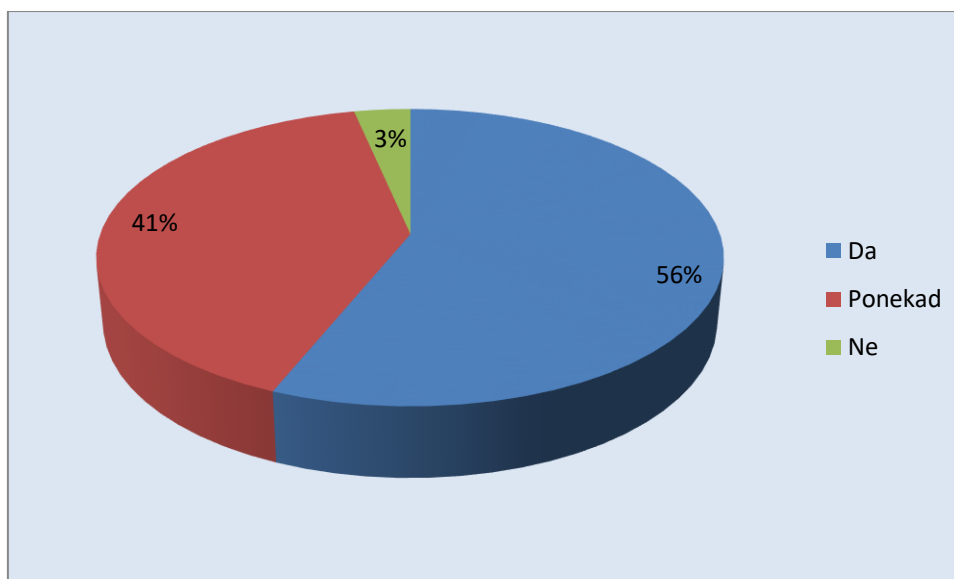


Dijagram br. 16

Više od dvije trećine ispitanika se izjasnilo da matematičke problemske zadatke rješava na svoj način, 25% ispitanika ponekad, a 2% je negiralo da ih rješava na svoj način. Možemo zaključiti da učenici samostalno odlučuju o načinu na koji će riješiti matematičke problemske zadatke.

6. Koristim preporučene faze kao putokaz za rješavanje problemskih zadataka.	Numerički	Procentualno
a) Da	50	56%
b) Ponekad	36	41%
c) Ne	3	3%
UKUPNO	89	100%

Tabela br. 18

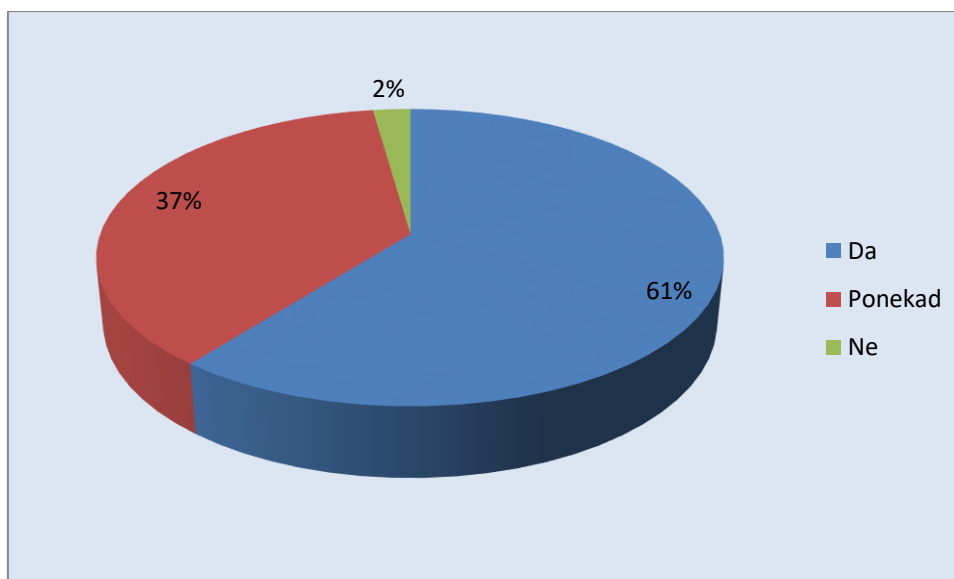


Dijagram br. 17

Na osnovu tabele br. 18 i dijagrama br. 17 vidimo da 56% ispitanika koristi preporučene faze za rješavanje problemskih zadataka, 41% ponekad, dok 3% ispitanika ne koristi preporučene faze. Ovakvi odgovori nas dovode do zaključka da većina učenika koristi preporučene faze kao putokaz za rješavanje matematičkih problemskih zadataka, ali na osnovu odgovora na pitanje br. 5 ipak vidimo da se samo 2 ispitanika ili (2%) izjasnilo da ne pokušava na svoj način da riješi zadatke, dok su svi ostali potrdili da rješavaju zadatke na svoj način. Dakle, činjenica je da učenici ipak odlučuju samostalno o načinu rješavanja matematičkih problemskih zadataka.

7. Kada koristim preporučene faze uspješnije i brže rješavam problemske zadatke.	Numerički	Procentualno
a) Da	54	61%
b) Ponekad	33	37%
c) Ne	2	2%
UKUPNO	89	100%

Tabela br. 19

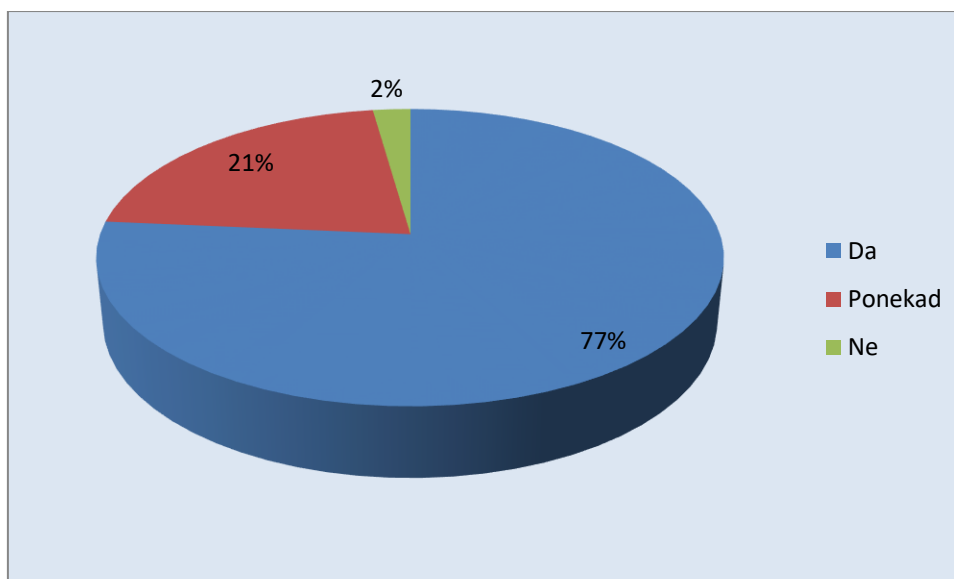


Dijagram br. 18

54 ili 61% ispitanika uspješnije i brže rješava matematičke problemske zadatke koristeći preporučene faze, 37% ponekad, dok 2% ispitanika to negira, što nas dovodi do zaključka da korišćenje preporučenih faza dovodi do uspješnijeg i bržeg rješavanja ovakvih zadataka.

8. Rješavanje matematičkih problemskih zadataka mi pomaže da razvijem nove načine rješavanja problema u školi.	Numerički	Procentualno
a) Da	68	77%
b) Ponekad	19	21%
c) Ne	2	2%
UKUPNO	89	100%

Tabela br. 20

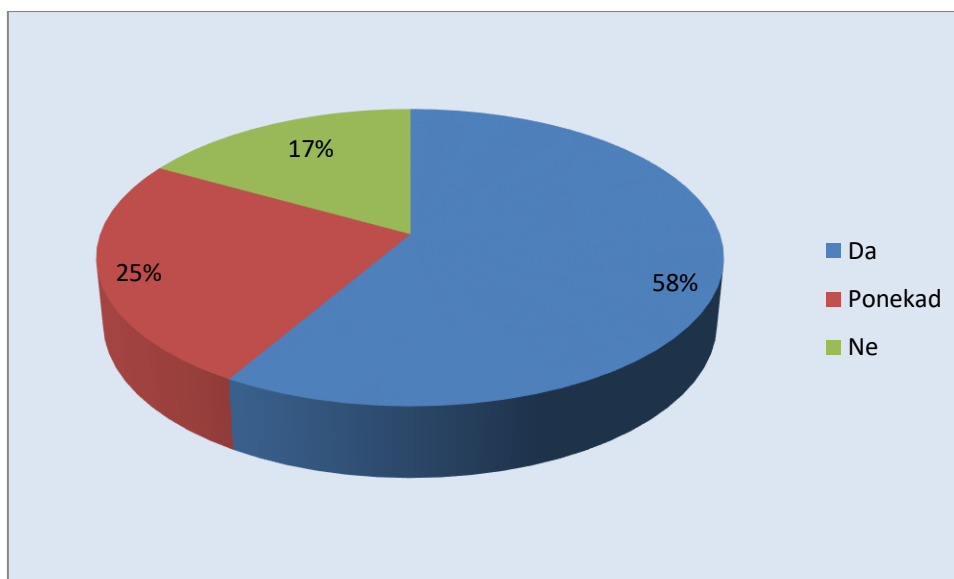


Dijagram br. 19

Koliko pozitivno rješavanje matematičkih problemskih zadataka utiče na učenike, vidimo na osnovu odgovora ispitanika. Dakle, dvije trećine ispitanika se izjasnilo da rješavanjem ovakvih zadataka razvijaju nove načine rješavanja problema u školi, 21% ponekad i 2% ispitanika je negiralo pozitivan uticaj rješavanja matematičkih problemskih zadataka na razvijanje novih načina rješavanja problema u školi. Zaključak je sljedeći: *Rješavanje matematičkih problemskih zadataka učenicima pomaže da razviju nove načine rješavanja problema u školi.*

9. Rješavanje matematičkih problemskih zadaka mi pomaže da razvijem nove načine rješavanja problema van škole.	Numerički	Procentualno
a) Da	52	58%
b) Ponekad	22	25%
c) Ne	15	17%
UKUPNO	89	100%

Tabela br. 21

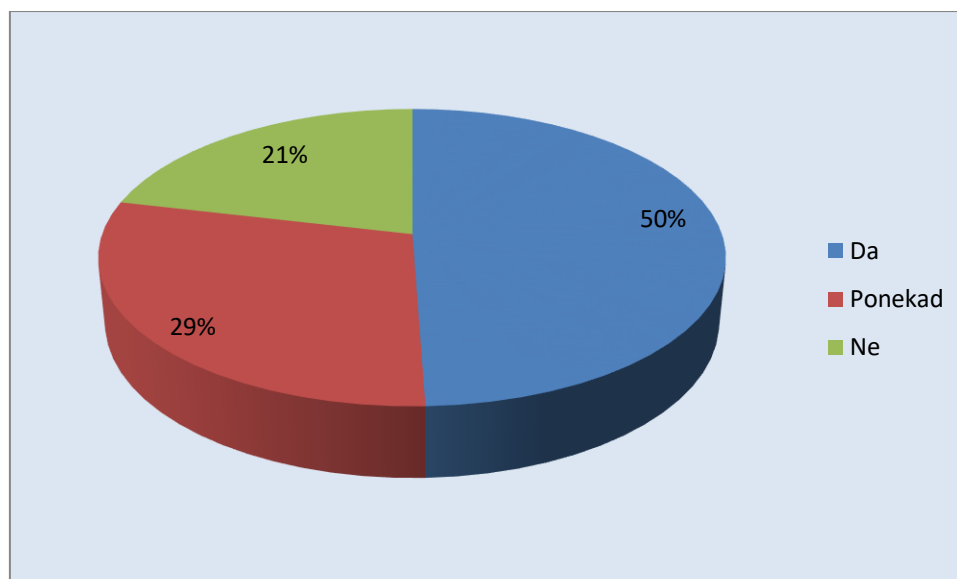


Dijagram br. 20

Da rješavanje matematičkih problemskih zadataka pomaže učenicima da razviju nove načine rješavanja problema van škole je potvrdilo 58% ispitanika, njih 25% je bilo stava da im ponekad pomaže i 17% ispitanika je negiralo pozitivan uticaj ovakvih zadataka na razvijanje novih načina rješavanja problema van škole. Možemo zaključiti da rješavanje matematičkih problemskih zadataka ima pozitivan uticaj na njihov život i da im pomaže u razvijanju novih načina rješavanja problema i van škole.

10. Volio/voljela bih da nastava matematike sadrži više problemskih zadataka.	Numerički	Procentualno
a) Da	44	50%
b) Ponekad	26	29%
c) Ne	19	21%
UKUPNO	89	100%

Tabela br. 22



Dijagram br. 21

50% ispitanika bi voljelo da nastava matematike sadrži više problemskih zadataka, 29% ponekad i 21% ispitanika ne bi voljelo da nastava matematike ima više ovakvih zadataka. Dakle, učenici bi ipak voljeli da časovi matematike sadrže više problemskih zadataka.

4 Interpretacija i diskusija rezultata

Ispostavlja se da je prva hipoteza potvrđena i to na osnovu rezultata do kojih smo došli, gdje zaključujemo da postoje različiti faktori koji remete uspješnu i kvalitetnu realizaciju problemske nastave. Neki od faktora koje su naveli nastavnici, a koji potvrđuju naše pretpostavke su: nedostatak stručne literature, udžbenika i priručnika namijenjenih problemskoj nastavi; neopremljenost škole savremenim nastavnim sredstvima, nedostatak didaktičkih materijala, interneta; nedovoljno edukovani nastavnici i samim tim nemotivisani učenici; nedovoljno interesovanje učenika; nedovoljan broj časova posvećenih problemskim zadacima. Što se tiče uspješnosti realizacije problemske nastave, jedan od faktora koji negativno utiče je i težina matematičkih problemskih zadataka, koja je samo djelimično prilagođena učenicima i nijesu svi uspješni u njihovom rješavanju. Takođe, po mišljenju ispitanika, ovakav vid nastave je komplikovan i teži od uobičajenog načina rada, pa iziskuje više vremena za pripremu i organizaciju nastave.

Kada je u pitanju druga hipoteza, nakon analize rezultata možemo konstatovati da je i ona potvrđena jer veliki broj nastavnika smatra da se povećanjem primjene matematičkih problemskih zadataka i upotrebom savremenih sredstava pozitivno utiče na uspjeh učenika i iz drugih predmeta i njihovu motivisanost i zainteresovanost koja nije u dovoljnoj mjeri zastupljena. Napominjemo da su se i učenici izjasnili da bi voljeli da nastava matematike sadrži više problemskih zadataka.

Rezultati istraživanja pokazuju neslaganje stavova nastavnika i učenika, u odnosu na našu treću hipotezu. Dakle, stav nastavnika je da samo jedan dio učenika uspješno rješava matematičke problemske zadatke, dok većina ne može ispratiti ovakav sadržaj. Nasuprot tome, učenici su se izjasnili da vole matematičke problemske zadatke, da ih ispjese rješavaju i da su im veoma zanimljivi. Činjenica je da su učenici potvrdili našu treću hipotezu, a nastavnici ne. Očigledno je da se mora više poraditi i diskutovati u budućnosti na ovu temu, kako bi se ovi stavovi približno izjednačili.

Četvrtu hipotezu nam potvrđuju obje grupe ispitanika, gdje veliki postotak i nastavnika i učenika je u potpunosti saglasan da rješavanje matematičkih zadataka dovodi do razvoja nekih novih načina rješavanja problema u školi, ali i van nje.

Interesantan podatak, koji smo izvukli iz rezultata ovog istraživanja, je da učenici velikim postotkom koriste preporučene faze uz koje uspješnije i brže rješavaju problemske zadatke,

ali i samostalno razvijaju nove načine rješavanja. Dakle, peta hipoteza je potvrđena, ali čak i nadograđena jer preporučene faze pomažu učenicima da razmišljaju inovativno i uspješno dođu do rješenja.

Kada sagledamo istraživanje u cjelini, kao jednu od mana možemo navesti djelimično neiskrene ili nerelane odgovore učenika ne shvatajući ozbiljnost teme, što je u skladu sa njihovim godinama. Ipak, činjenica je da razumiju problematiku i značaj i voljni su da sarađuju. Istraživanje je bilo uspješno jer nam je u određenoj mjeri pokazalo neslaganje nastavnika i učenika, kao i prijedloge mogućeg poboljšanja problemske nastave, ali i efikasnijeg rješavanja matematičkih problemskih zadataka. Svrha je bila zainteresovati obje strane i uključiti ih u problematiku ove teme, koja bi u budućnosti dovela do veće motivacije, efikasnije nastave i uspješnijeg rješavanja matematičkih problemskih zadataka. Preporuka za dalje istraživanje bi bila da se provjeri uspješnost učenikovih rješavanja kroz sve tri vrste problemskih zadataka.

ZAKLJUČAK

Rješavanje matematičkih problemskih zadataka je oblik učenja koji obuhvata više karakterističnosti, kao što su teškoće rješavanja, nove situacije, nedovoljno stečenog znanja i iskustva kod primjene u novim situacijama, ali i primjena svega ovoga u svrhu dolaska do postavljenog cilja. Uključena je mentalna aktivnost kojom se učenik uvodi u samostalno uočavanje veoma bitnih veza i odnosa, izvođenje zaključaka, usvajanje racionalnih puteva i mišljenja, ali i sticanje novih znanja koja će se primijeniti, kako u školi, tako i van nje.

Teorijskim dijelom ovog rada približili smo proces rješavanja matematičkih zadataka kroz faze, etape i strategije, ali i naglasili važnost nastavnika uz čiju adekvatnu pomoć i savjete ne postoji nerješiv matematički problem. Učenik koji je motivisan i zainteresovan za matematiku, uz inovativnog i prilagodljivog nastavnika, kao i podršku i trud porodice, ali i prethodno stečena iskustva i znanja, nema nikakvu prepreku da uspješno i efikasno rješava matematičke problemske zadatke, ali i sve problemske situacije koje će se naći pred njim. Iz svega navedenog, zaključujemo da je cilj razviti matematičku misao, pronaći raznovrsne načine na osnovu kojih se može doći do rješenja i sa velikom voljom i željom ući u taj proces. Današnju nastavu treba još osavremeniti i učiniti zanimljivijom prateći svjetske trendove i inovacije, ali i sam način odrastanja djece u savremenom svijetu.

Na osnovu analize rezultata istraživanja, došli smo do zaključaka da je mišljenje nastavnika o problemskoj nastavi matematike pozitivno, ali ukazuju na brojne faktore koji remete njenu uspješnu organizaciju i realizaciju, kao i da povećana primjena matematičkih problemskih zadataka itekako utiče na motivisanost i uspjeh svih učenika. Kada je u pitanju uspješnost rješavanja matematičkih problemskih zadataka, različite poglede su imali nastavnici i učenici, gdje nastavnici ne smatraju da je uspješnost rješavanja zastupljena u tolikoj mjeri za koju su se učenici izjasnili. Takođe, učenici nijesu bili skromni, pa su se izjasnili da pored upotrebe preporučenih faza kao putokaza za rješavanje matematičkih problemskih zadataka, u velikoj mjeri razvijaju nove načine rješavanja problema, kako u školi, tako i van nje. Dakle, učenici različitim metodama dolaze do rješenja. Možemo konstatovati da je istraživanje bilo uspješno jer nam je u određenoj mjeri pokazalo neslaganje nastavnika i učenika, kao i prijedloge mogućeg poboljšanja problemske nastave, ali i efikasnijeg rješavanja matematičkih problemskih zadataka. Svrha je bila zainteresovati obje strane i uključiti ih u problematiku ove teme, koja bi u budućnosti dovela do veće motivacije, efikasnije nastave i uspješnijeg rješavanja matematičkih problemskih zadataka, a uspjeh učenika bio zagarantovan u svim

sferama života. Na kraju, ako objedinimo predložene mjere nastavnika i one prijedloge koje se mogu dati nakon cjelokupnog istraživanja na ovu temu, što se odnosi i na teorijski i istraživački dio, ono što bi trebalo da se unaprijedi i uradi u budućnosti je: uraditi udžbenike i priručnike namijenjene problemskoj nastavi; opremiti škole savremenim nastavnim sredstvima, osavremeniti učionice didaktičkim materijalima; obezbijediti kontinuiranu stručnu edukaciju nastavnika; problemsku nastavu prilagoditi uzrasnim mogućnostima učenika, čime ćemo povećati njihovo interesovanje; povećati primjenu problemskih zadataka u nastavi jer to doprinosi da učenici budu aktivniji, motivisaniji, čime postizemo da učenici bolje shvate matematički sadržaj.

Završna konstatacija cjelokupnog rada je da su matematički problemski zadaci od velike važnosti, kako za nastavu matematike, tako i za rješavanje problema sa kojima se učenici susreću u školi, ali i u životu uopšte. Kroz razvoj inteligencije, snalažljivosti i samopouzdanja, uz razmišljanje koje efikasno dovodi do rješenja, može se doći do velikog uspjeha društva u cjelini.

LITERATURA

- Antonijević, R. (2006). *Sistem znanja u nastavi*. Beograd: Institut za pedagoška istraživanja.
- Antonijević, R. (2007). Differences in Teaching and Learning Mathematics in Relation to Students' Mathematics Achievement In TIMSS 2003. *The Second IEA Research Conference: Proceedings of the IRC-2006 – Volume One*, 269-281. Amsterdam: IEA.
- Antonijević, R. & Mitrović, M. (2013). Nivo i kvalitet aktivnosti u procesu intelektualnog vaspitanja. *Nastava i vaspitanje*, god. 62, br. 3, 465-478.
- Arambašić, L., Vlahović-Štetić, V. & Severinac, A. (2005). Je li matematika bauk? Stavovi, uvjerenja i strah od matematike kod gimnazijalaca. *Društvena istraživanja*, 6(80), 1081-1102. Preuzeto sa <https://hrcak.srce.hr/18096>
- Bogdanović, Z. (2013). Strategija rješavanja matematičkih zadataka u nižim razredima osnovne škole. *Istraživanje matematičkog obrazovanja*. Vol. V (2013), br. 8, 67 – 74. ISSN: 1986–518X
- Brkić, M. & Tomić, R. (2017). *Metodika nastave*. Međugorje: Sveučilište Hercegovina.
- Burke, W. (2002). Stvaranje učionica u kojima dijete ima centralnu ulogu, Program pStep by stepp, Centar za obrazovne inicijative pStep by stepp, Sarajevo.
- Cvetković, M. (2007). Problemska nastava. *Obrazovna tehnologija*, br. 1 - 2, 69 – 72.
- Cvetković, Ž. (1981). Neka novija shvatanja o usvajanju matematičkih pojmova u osnovnoj školi. *Nastava i vaspitanje*, god. 40, br. 1, 69-79.
- De Corte, E., Verschaffel, L. & De Win, L. (1985). *Influence of rewarding verbal problems on children's problem representations and solutions*. Journal of Educational Psychology, Vol 77(4), 460-470.
- Dejić, M. & Egerić, M. (2005). *Metodika nastave matematike*, Jagodina: Učiteljski fakultet.
- Devlin, K. (2012). *Introduction to Mathematical Thinking*. Palo Alto, CA: Keith Devlin.
- Dragović, V., Rovčanin, B. & Gazivoda, N. (2018). *U svijetu matematike 2*. Podgorica: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.
- English, L. D. (2007). Children's strategies for solving two - and three - dimensional combinatorial problems. In Leder, Gilah C. & Forgasz, Helen J. (Eds.) *Stepping*

stones for the 21st century: Australasian mathematics education research. Sense Publishers, The Netherlands, 139-156. <http://eprints.qut.edu.au/18047/>

- Hegarty, M., Mayer, R. E. & Monk, C. A. (1995). Comprehension of Arithmetic Word Problems: A Comparison of Successful and Unsuccessful Problem Solvers, *Journal of Educational Psychology*, 87 (1), 18-32.
- Hudson, T. (1983). Correspondences and numerical differences between disjoint sets. *Child Development*, 54, 84-90.
- Janković, S. (2016). Primena problemske nastave u realizaciji sadržaja početne nastave matematike. *Godišnjak Pedagoškog fakulteta u Vranju*, 7, 363-374. Preuzeto sa <https://doi.org/10.5937/gufv1607363J>
- Kadum, V. (2005). *Učenje rješavanjem problemskih zadataka u nastavi matematike*. Pula: IGSA Pula
- Kadum, V. (2005). Uticaj učenja rješavanjem problemskih zadataka na obrazovni učinak u elementarnoj nastavi matematike. *Metodički ogledi*, 12 (2), 31-60. Preuzeto sa <https://hrcak.srce.hr/2336>
- Klasnić, I. (2009). Problemski zadaci – kako ih rješavaju uspješni i neuspješni učenici. *Odgojne znanosti*, 11 (1), 143–153. Preuzeto sa <https://hrcak.srce.hr/40006>
- Kos, D. & Glasnović Gracin, D. (2012). Problematika tekstualnih zadataka. *MIS Matematika i škola*. 14(66), 5-8.
- Kurnik, Z. (2000). Matematički zadatak. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, Vol. 2, No. 7, 51-58.
- Kurnik, Z. (2010). *Posebne metode rješavanja matematičkih problema*, Zagreb: Element
- Lalić-Vučetić, N., Ševkušić, S. & Mirkov, S. (2021). Motivacioni profili učenika u matematici: TIMSS 2019. in TIMSS 2019 u Srbiji: rezultati međunarodnog istraživanja postignuća učenika četvrtog razreda osnovne škole iz matematike i prirodnih nauka. Beograd: Institut za pedagoška istraživanja, 125-144.
- Lewis, A. & Mayer, R. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 81(4), 199-216.
- Malinović, T. & Malinović-Jovanović, N. (2002). *Metodika nastave matematike*, Vranje: Učiteljski fakultet.
- Malinović-Jovanović, N. & Malinović, T. (2013). *Metodika osavremenjene nastave matematike*, Vranje: Učiteljski fakultet.

- Maričić, S. (2006). Složenost i kompleksnost matematičkog mišljenja, *Zbornik radova Učiteljskog fakulteta u Užicu*, Univerziteta u Kragujevcu, Br. 7, 191-200.
- Markovac, J. (1990). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
- Meyer, H. (2002). *Didaktika razredne kvake*. Zagreb: Educa.
- Mićanović, V. (2015). Problemski pristup organizaciji početne nastave matematike, *Učenje i nastava*, Beograd: KLETT društvo za razvoj obrazovanja, br. 2, 351–368. ISSN: 2466- 2801.
- Milanović-Jovanović, N. (2011) Problemska nastava u funkciji ostvarivanja ciljeva i zadataka početne nastave matematike, *Metodički aspekt nastave matematike II – naučni radovi, knj. 12*, Kragujevac: Fakultet pedagoških nauka Univerziteta.
- Mišurac, Z.I. (2010). *Metodički pristup rješavanju problemskih zadataka u nastavi matematike*, Split: Filozofski fakultet – učiteljski studij
- National council of teachers of mathematics (2000). *Principle and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National council of teachers of mathematics.
- Obradović, D. R. & Zeljić, M. Ž. (2015). Metode i strategije rešavanja tekstualnih zadataka u početnoj nastavi matematike. *Inovacije u nastavi - časopis za savremenu nastavu*, 28 (1), 69-81.
- Omond, Ch. (2012). Developing „Algebraic Thinking“: Two Key Ways to Establish Some Early Algebraic Ideas in Primary Classroom. *Australian Primary Mathematics Classroom*, Vol. 17, No. 4, 13-21
- Ovčar, S. (1987). Tekstualni zadaci u početnoj nastavi matematike. *Istraživanja odgoja i obrazovanja*, 7, 23 – 39.
- Pavlin Bernardić, N., Rovanić, D. & Vlahović Štetić, V. (2011). Kad u matematici „više” zapravo znači „manje”: Analiza uspješnosti u rješavanju problemskih zadataka usporedbe. *Psihologijske teme*, 20 (1), 115–130.
- Petrović, N. S., Mrđa, M. & Kovačević, P. (2004). Modelsko-problemski pristup u nastavi matematike. *Norma*, 10 (1-2), 111-121.
- Pijaže, Ž. & Inhelder, B. (1978). *Intelektualni razvoj djeteta*. Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.
- Polya, G. (1973). *How To Solve It*, New Jersey: Princeton University Press.
- Riley, M.S. & Greeno, J. G. (1988). Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. *Cognition and Instruction*, 5 (1), 49-101.

- Riley, M. S., Greeno, J. G. & Hiller, J. J. (1983). Developments of children's problem solving ability in arithmetic. In: H.P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (153-196), New York: Academic Press
- Sharma, M. (2001). *Matematika bez suza: kako pomoći djetetu s teškoćama u učenju matematike*, prema Mahesh C. Sharma sastavila i pripremila Ilona Posokhova. Lekenik: Ostvarenje.
- Tomić, I. R. (2018). Problemska nastava. *Učenje i nastava*. Beograd: KLETT društvo za razvoj obrazovanja, br. 4, 667–682. ISSN: 2466-2801
- Vasta, R., Haith, M.M. & Miller, S. A. (1998). *Dječja psihologija-moderna znanost*. Jastrebarsko: Naklada Slap.
- Vilotijević, M. (1999). *Didaktika*. Beograd: Naučna knjiga i Učiteljski fakultet.
- Vilotijević, M. (2001). *Didaktika*. Sarajevo: Most.
- Vizek Vidović, V., Rijevec M., Vlahović-Štetić, V. & Miljković, D. (2003). *Psihologija obrazovanja*. Zagreb. IEP; VERN.
- Vlahović-Štetić, V. & Vizek-Vidović V. (1998). *Kladim se da možeš...psihološki aspekti početnog poučavanja matematike*. Zagreb: Udruženje roditelja „Korak po korak“.
- Vlahović-Štetić, V., Rovanić, D. & Mendek, Ž. (2004): The role of students age, problem type and situational context in solving mathematical word problems, *Review of Psychology*, Vol. 11, No 1 – 2, 25 – 33, Department of Psychology, University of Zagreb.
- Vlahović-Štetić, V. (1996). *Problemski matematički zadaci i uspješnost njihova rješavanja u početku školovanja*. Disertacija, Zagreb: Filozofski fakultet, Odsjek za psihologiju.
- Warren, E. & Cooper, T. (2009). Developing Mathematics Understanding and Abstraction: The Case of Equivalence in the Elementary Years. *Mathematics Education Research Journal*, Vol. 21, No. 2, 76–95.
- Zirdum, M. (2015). *Strategije rješavanja problemskih zadataka*. Osijek: Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti. Preuzeto sa <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:141:765401>

PRILOZI

Prilog br. 1: Anketni upitnik za nastavnike

ANKETNI UPITNIK

Poštovani nastavnici!

U toku je istraživanje za potrebe master rada na temu: „Matematički problemski zadaci u prvom ciklusu osnovne škole“. Vaše mišljenje i stav biće veoma dragocijeni za ovo istraživanje, zbog toga je važno da iskreno odgovorite na svako pitanje. Učešće u istraživanju je dobrovoljno i anonimno.

1. Koliko često organizujete realizaciju planiranih ishoda učenja kroz matematičke problemske zadatke?

- a) Veoma često
- b) Često
- c) Ponekad
- d) Rijetko
- e) Uopšte ne organizujem

2. Da li smatrate da postoje određene faktori koji remete uspješniju i kvalitetniju raelizaciju problemske nastave?

- a) Da
- b) Ne

3. Ukoliko ste na prethodno pitanje odgovorili sa DA, navedite faktore koji remete realizaciju problemske nastave.

4. Svi učenici u Vašem odjeljenju pokazuju interesovanje za rješavanje problemskih zadataka.

- a) Da
- b) Uglavnom da
- c) Djelimično
- d) Ne
- e) Uopšte ne

5. Svi učenici u Vašem odjeljenju mogu uspješno da rješavaju matematičke problemske zadatke.

- a) Da

Rješavanje matematičkih problemskih zadataka u prvom ciklusu osnovne škole

- b) Uglavnom da
- c) Djelimično
- d) Ne
- e) Uopšte ne

6. Težina matematičkih problemskih zadataka i način rješavanja matematičkih problemskih zadataka su prilagođeni svakom učeniku u Vašem odjeljenju?

- a) Da
- b) Uglavnom da
- c) Djelimično
- d) Ne
- e) Uopšte ne

7. Planiranje matematičkih problemskih zadataka u nastavnom planu i programu, kao i udžbenicima i radnim sveskama matematike, može pozitivno uticati na učenike i njihovo uspješnije rješavanje.

- a) Da
- b) Uglavnom da
- c) Djelimično
- d) Ne
- e) Uopšte ne

8. Povećanje primjene matematičkih problemskih zadataka može pozitivno uticati na uspjeh učenika i iz drugih predmeta.

- a) Da
- b) Uglavnom da
- c) Djelimično
- d) Ne
- e) Uopšte ne

9. Rješavanje matematičkih problemskih zadataka kod učenika razvija nove načine rješavanja problema u životu.

- a) Da
- b) Uglavnom da
- c) Djelimično
- d) Ne
- e) Uopšte ne

10. Upotreba savremenih nastavnih sredstava kroz rješavanje matematičkih problemskih zadataka može uticati da učenici budu više motivisani za njihovo rješavanje.

Rješavanje matematičkih problemskih zadataka u prvom ciklusu osnovne škole

- a) Da
- b) Uglavnom da
- c) Djelimično
- d) Ne
- e) Uopšte ne

11. Potrebno Vam je više vremena za pripremu i organizaciju nastave kroz primjenu matematičkih problemskih zadataka u odnosu na uobičajeni način rada.

- a) Da
- b) Uglavnom da
- c) Ponekad
- d) Ne
- e) Uopšte ne

12. Da li su Vam potrebna dodatna znanja i obuke za realizaciju matematičkih problemskih zadataka kako bi ih učenici uspješnije rješavali?

- a) Da
- b) Uglavnom da
- c) Ponekad
- d) Rijetko
- e) Ne
- f) Uopšte ne

HVALA NA SARADNJI!

Prilog br. 2: Anketni upitnik za učenike

ANKETNI UPITNIK

Dragi učenici,

Pred vama je anketni upitnik vezan za matematičke problemske zadatke. Pažljivo pročitajte svaku rečenicu i zaokružite broj koji najviše odgovara vašem mišljenju. Podjesticemo vas da su matematički problemski zadaci zadati riječima u kojima je potrebno razumjeti zadatak i riješiti neki problem.

Brojevi znače sljedeće:

1. Da
2. Ponekad
3. Ne

Radujem se časovima matematike.	1	2	3
Volim da rješavam matematičke problemske zadatke.	1	2	3
Matematičke problemske zadatke uspješno rješavam.	1	2	3
Rješavanje matematičkih problemskih zadataka mi je zanimljivo.	1	2	3
Pokušavam da problemske zadatke riješim na svoj način.	1	2	3
Koristim preporučene faze kao putokaz za rješavanje problemskih zadataka.	1	2	3
Kada koristim preporučene faze uspješnije i brže rješavam problemske zadatke.	1	2	3
Rješavanje matematičkih problemskih zadaka mi pomaže da razvijem nove načine rješavanja problema u školi.	1	2	3
Rješavanje matematičkih problemskih zadaka mi pomaže da razvijem nove načine rješavanja problema van škole.	1	2	3
Volio/voljela bih da nastava matematike sadrži više problemskih zadataka.	1	2	3

Upitnik je anonimn. Nije nam važno kako je ko pojedinačno popunio upitnik, važno je da odgovorite iskreno.

HVALA NA SARADNJI!

ETIČKA IZJAVA

Kandidat: _____

Na osnovu člana 22 stav 1 Zakona o akademskom Integritetu (Sl.list CG br. 17/2019),

IZJAVLJUJEM

pod krivičnom i materijalnom odgovornošću da je master rad pod nazivom:

moje originalno djelo.

Nikšić _____

Potpis studenta
